

MỤC LỤC - CONTENTS

NGHIÊN CỨU - TRAO ĐỔI - RESEARCH & DISCUSSION

- 3 Nguyễn Thị Thảo:** Vận dụng Tư tưởng Hồ Chí Minh về tôn giáo trong việc giải quyết mối quan hệ giữa tôn giáo và dân tộc, đức tin và lòng yêu nước trong giai đoạn hiện nay - Applying Ho Chi Minh's thought on religion in solving the relationship between religion and nation, faith and patriotism in the current period.
- 8 Bùi Quang Xuân - Nguyễn Hữu Chính:** Vai trò của Tư tưởng Hồ Chí Minh trong việc hình thành nhân cách và đạo đức của sinh viên các trường đại học miền Đông Nam bộ - The Role of Ho Chi Minh's Thought in the Formation of the Personality and Ethics of Students at Universities in the Southeast Region.
- 14 Nguyễn Thị Thảo:** Quan điểm của Chủ tịch Hồ Chí Minh về xây dựng con người mới và bước phát triển tư duy của đảng ta về xây dựng con người mới hiện nay - President Ho Chi Minh's viewpoint on building a new people and steps in developing our party's thinking about building a new people today.
- 20 Trần Viết Quân:** Bệnh lười học lý luận chính trị của sinh viên ở Việt Nam hiện nay - Nguyên nhân và biện pháp khắc phục - Lazyness in political theory of students in Viet Nam today - causes and solutions.
- 25 Nguyễn Thị Thúy Quỳnh - Nguyễn Thúy An:** Ứng dụng công nghệ thực tế ảo tăng cường nhằm nâng cao năng lực số cho học sinh trong dạy học phần Vật sống (Khoa học tự nhiên 8) - Application of augmented virtual reality technology to improve students' digital competence in teaching living things - Natural Sciences grade 8, Middle school.
- 32 Nguyễn Minh Phúc:** Phát triển năng lực dạy học cho giáo viên tiểu học thông qua sinh hoạt chuyên môn theo nghiên cứu bài học - Developing teaching capacity for primary school teachers through professional activities under based on lesson research.
- 38 Huỳnh Thị Kim Ngân:** Tư tưởng giáo dục của Khổng Tử: Bài học xây dựng đội ngũ giáo viên thời hiện đại - Confucianism: A guiding light for building a modern teaching staff.
- 43 Nguyễn Thanh Nga - Nguyễn Giang Nam:** Vai trò của môn Tâm lý học tiêu dùng trong giảng dạy cho sinh viên ngành Quản trị kinh doanh, Trường Đại học Công nghiệp Hà Nội - The role of consumer psychology in teaching Business Administration students, Hanoi University of Industry.
- 49 Trần Thị Ngọc - Đỗ Thị Tuyết Lan:** Thực trạng và một số biện pháp phát triển năng lực tự học cho học sinh lớp 10 trong tạo lập văn bản thông tin đa phương thức - Current situation and some measures to develop self-study capacity for 10th grade students in creating multimodal informational texts.
- 54 Lê Thị Thanh Tâm:** Phương pháp dạy học Toán lớp 1 ở trường tiểu học - Teaching methods of grade 1 Math in primary school.
- 58 Phạm Xuân Thu:** Nâng cao chất lượng giảng dạy môn Tư tưởng Hồ Chí Minh trước tác động của cuộc Cách mạng công nghiệp 4.0 ở Trường Đại học Sư phạm Nghệ thuật Trung ương hiện nay - Improving the quality of teaching Ho Chi Minh Thought in the face of the impact of industrial revolution 4.0 at the National University of Art Education today.
- 63 Nguyễn Văn Tiên - Phạm Phú Lộc:** Phát triển năng lực giao tiếp toán học thông qua dạy học Thống kê - Xác suất cho học sinh lớp 4 tại Trường Tiểu học Nguyễn Bá Ngọc, thành phố Trà Vinh - Developing mathematical communication ability through teaching Statistics - Probability for 4th grade students at Nguyen Ba Ngoc primary school, Tra Vinh City.
- 69 Nguyễn Văn Hồng:** Thiết kế bài dạy môn Toán lớp 5 theo định hướng phát triển năng lực - Designing Math lessons for grade 5 based on competency development.
- 73 Nguyễn Thế Hùng:** Biện pháp dạy học môn Âm nhạc theo chương trình giáo dục phổ thông ở trường tiểu học - Methods of teaching Music according to the general education program in primary schools.
- 79 Phạm Thu Thủy:** Biện pháp phát triển ngôn ngữ cho trẻ mẫu giáo lớn thông qua làm quen với bảng chữ cái - Measures to develop language for older preschoolers through familiarization with the alphabet.
- 84 Đỗ Hữu Công - Đinh Thị Bích Liên - Nguyễn Thanh Tùng - Vũ Anh Tú - Đặng Quỳnh Nga:** Phân tích và dự đoán dữ liệu từ các hệ thống IoT sử dụng Big data trong giáo dục đại học - Analysing and predicting data in iot and big data systems in higher education.
- 90 Nguyễn Cao Phong - Lương Hoàng Hên - Đoàn Ngọc Ánh Huy:** Quản lý chất lượng tổng thể (TQM) và sự vận dụng mô hình trong giáo dục đại học hiện nay - Total quality management (TQM) and the application of the model in current higher education.
- 96 Cao Thanh Quỳnh - Lê Văn Hải:** Nâng cao chất lượng giảng dạy các môn Khoa học xã hội và nhân văn đáp ứng chuẩn đầu ra ở Trường Đại học Ngô Quyền - Improving the quality of teaching social sciences and humanities to meet output standards at ngo quyen university.
- 100 Lê Bích Phượng:** Khơi dậy cảm hứng học tập cho sinh viên thông qua các bài toán ứng dụng của Đại số tuyến tính và Giải tích - Awakening Learning Inspiration for Students through Applied Problems in Linear Algebra and Calculus.
- 106 Văn Minh Thoại:** Phát triển năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh qua bài toán thực tiễn với xác suất có điều kiện - Toán 12 - Developing Mathematical Modeling Competencies for Students through Real-World Problems with Conditional Probability - Grade 12.
- 112 Nguyễn Khải Hoàn:** So sánh Lập trình Thủ công và Toolbox MATLAB trong Giải Phương trình IVP bằng Runge-Kutta bậc 4 - Comparison of Manual Programming and Toolbox MATLAB in Solving IVP Equations by the 4th order Runge-Kutta.
- 117 Trần Thanh Trúc:** Ứng dụng ChatGPT vào việc học kỹ năng viết tiếng anh tại Trường Đại học Quốc tế Hồng Bàng - Applying ChatGPT to learning english writing skills at hong bang international university.
- 123 Trần Minh Hường - Lê Thanh Hùng - Lê Thanh Dũng - Phạm Thị Phương Liên:** Dạy học môn giáo dục địa phương theo hướng tích hợp - Con đường phát triển phẩm chất, năng lực cho học sinh - Teaching local education in an integrated direction - the path to developing quality cosmetics, directly effective for students.
- 129 Thạch Sơn Lê - Nguyễn Thị Phương Nam:** Khảo sát những khó khăn trong việc học phát âm Tiếng Anh của sinh viên năm thứ nhất tại Trường Đại học Trà Vinh - An investigation into the difficulties in learning english pronunciation of first-year students at tra vinh university.
- 135 Lâm Quốc Huy:** Các hoạt động trước khi nghe nhằm nâng cao khả năng nghe Tiếng Anh của người học - Pre-listening activities to enhance learners' english listening ability.
- 140 Nguyễn Thị Tâm Duyên - Nguyễn Mỹ Huyền:** Xây dựng Hệ thống bảng đánh giá Rubrics ứng dụng trong đánh thực hành tiền lâm sàng của sinh viên Răng Hàm Mặt - Design of rubrics assessment system applied in evaluating pre-clinical practice of odonto-stomatology students.
- 146 Trần Thị Quỳnh Diễm - Lê Xuân Hưng - Trần Hữu Đức Nghĩa - Nguyễn Văn Nhi - Nguyễn Ngọc Quỳnh:** Tình trạng stress, lo âu, trầm cảm ở sinh viên Y1 Trường Đại học Y Hà Nội năm 2023 và một số yếu tố liên quan.
- 153 Lê Thị Ngọc Linh:** Nghiên cứu về chiến lược nói Tiếng Anh như một ngoại ngữ (EFL) của học sinh trung học phổ thông Việt Nam - Investigation of EFL speaking strategies used among Vietnamese high-school students.

- 159 Hà Văn Tuấn:** Đưa kiến thức về phòng cháy, chữa cháy và cứu nạn, cứu hộ vào chương trình giảng dạy tại các cơ sở giáo dục Việt Nam - Education of fire prevention, fire fighting and rescue in educational institutions in vietnam.
- 164 Đỗ Mạnh Thắng:** Nghiên cứu vai trò của đàn phím điện tử trong việc phát triển tư duy hòa âm của sinh viên sư phạm âm nhạc tại Trường Đại học Văn hóa, Thể thao và Du lịch Thanh Hóa - Studying the role of electronic separates in the development of harmonic thinking of temporal music pedagogy students at thanh hoa university of culture, sports and tourism.
- 170 Bùi Thị Mùi - Nguyễn Trọng Lăng:** Thực trạng khó khăn và giải quyết khó khăn của công tác chủ nhiệm khối lớp 2 tại các trường tiểu học thị trấn Năm Căn, huyện Năm Căn, tỉnh Cà Mau - The current situation of detecting and solving difficulties of grade 2 homeroom teachers at primary schools in nam can town, nam can district, ca mau province.
- 176 Bùi Thị Hương:** Nâng cao năng lực, trách nhiệm cho đội ngũ cán bộ, công chức, viên chức ở nước ta hiện nay - Improving capacity and responsibility for current cadres, civil servants, and public employees.
- 181 Phạm Thị Thủy:** Tội buôn lậu theo Bộ luật Hình sự Việt Nam hiện hành và một số kiến nghị hoàn thiện pháp luật - The crime of smuggling under the current Vietnamese Criminal Code and some recommendations for legal improvements.
- 186 Trần Thị Kim Ngọc - Hoàng Lê Bửu - Đỗ Tấn Đạt:** Pháp lý về quyền tự chủ về tổ chức, nhân sự đối với đại học tự chủ: Thực trạng và giải pháp - Legal Framework on Organizational and Personnel Autonomy for Autonomous Universities: Current Situation and Solutions.
- 192 Trần Hương Giang - Nguyễn Thu Linh:** Kiểm soát ủy quyền lập pháp theo pháp luật Trung Quốc và gợi mở cho Việt Nam - China's control on the delegation of legislative power and implications for Vietnam.
- 198 Dương Văn Quý:** Đổi mới cơ chế đào tạo và giám sát hòa giải viên thương mại tại Việt Nam: Đáp ứng yêu cầu hội nhập quốc tế - Innovating the training and supervision mechanism for commercial mediators in vietnam: meeting the requirements of international integration.
- 204 Ngô Minh Thọ:** Thực trạng pháp luật về doanh nghiệp tư nhân và kiến nghị giải pháp - Legal status on private enterprises and recommended solutions.
- 209 Nguyễn Thị Nga:** Một số điểm mới của Luật Quy hoạch đô thị và nông thôn năm 2024 - Some new points of the 2024 urban and rural planning law.
- 215 Lê Vũ Trà My - Nguyễn Thuỳ Anh - Nguyễn Thị An Bình:** Tác động của trí tuệ nhân tạo tạo sinh trong quá trình giao kết hợp đồng - kinh nghiệm pháp luật quốc tế và kiến nghị cho Việt Nam - Implications of generative ai during contracts formation - International legal experiences and suggestions for vietnam.
- 221 Nguyễn Trung Âu:** Pháp luật về quản lý, sử dụng tiền công đức, tài trợ của cơ sở tín ngưỡng, tôn giáo và kiến nghị giải pháp hoàn thiện - Law on management and use of donations and sponsors of religious and faith institutions and recommendations for improvement.
- 226 Đinh Thị Nhung - Hoàng Thanh Huyền - Nguyễn Hải Yến:** Thời hiệu truy cứu trách nhiệm hình sự đối với người dưới 18 tuổi phạm tội theo Bộ Luật Hình sự năm 2015 - Những vấn đề lý luận và thực tiễn - Statute of limitations for criminal prosecution against persons under 18 years old who commit crimes under the 2015 vietnamese penal code - theoretical and practical issues.
- 230 Trần Văn An:** Giải quyết tranh chấp phát sinh từ hợp đồng liên kết sản xuất và tiêu thụ nông sản theo pháp luật Việt Nam: Thực trạng áp dụng pháp luật và giải pháp khắc phục - Resolving disputes arising from contracts for linking production and consumption of agricultural products under vietnamese law: current status of law application and remedial solutions.
- 236 Nguyễn Hồng Nhung - Lê Thị Anh Mai - Phí Thị Hồng Minh:** Thực tiễn áp dụng hàng rào xanh đối với hàng hóa trong thương mại quốc tế - những cơ hội và thách thức đặt ra cho xuất khẩu của Việt Nam- The practical application of green barriers on goods in international trade – opportunities and challenges for Vietnam's exports.
- 242 Thái Ngọc Sơn:** Thực tiễn thực hiện quy định pháp luật về các nguồn tài chính tạo lập vốn chủ sở hữu của công ty cổ phần và kiến nghị giải pháp - Practical implementation of legal regulations on financial sources for establishing owner's equity of joint stock companies and recommended solutions.
- 247 Đỗ Hương Quân - Lê Lâm Anh - Nguyễn Diệp Anh:** Hạn chế về chuyển dữ liệu xuyên biên giới - Một số phân tích theo GATS trong WTO và đề xuất cho Việt Nam - Restrictions on cross-border data transfers – some analysis under GATS in WTO and recommendations for Vietnam.
- 254 Đặng Nguyên Vũ - Cao Ngọc Nhạ - Trần Thị Minh Thi - Đón Ngọc Xuân Mai - Phạm Trúc Quỳnh:** Yếu tố huyền ảo trong một số Truyện ngắn của Julio Cortazar nhìn từ lý thuyết vô thức tập thể của Carl Jung - The fantastical element in some of Juilo Cortazar's short stories as seen from Carl Jung's theory of the collective unconscious.
- 259 Đỗ Thị Thìn - Nguyễn Minh Thư:** Giọng điệu tạp văn Phan Thị Vàng Anh - The style of Phan Thi Vang Anh's essayistic prose.
- 265 Nguyễn Thị Phương Thanh:** Dấu ấn văn hóa qua nghệ thuật được thể hiện trong truyện ngắn của Lê Quang Trọng - Cultural impressions through art shown in le quang trang's short stories.
- 271 Cao Ngọc Nhạ - Trần Thị Minh Thi - Trương Thị Thanh Trúc - Phạm Trúc Quỳnh - Lê Huỳnh Mẫn Khôi:** Hành trình khám phá ý nghĩa hiện tồn của Niki Jumpei trong người đàn bà trong cồn cát của Abe Kobo từ góc nhìn văn học hiện sinh - phi lý - Niki Jumpei's journey to discover the meaning of existence in "The woman in the dunes" by Abe Kobo from the approach of existential - absurdist literature.
- 276 Trần Thị Kim Oanh:** Các nghi thức thể hiện tính cộng đồng trong tang ma của người công giáo tại Giáo xứ Tiên Chu, Biên Hòa, Đồng Nai - Catholic Funeral Rituals Show Community Spirit at Tien Chu Parish, Bien Hoa, Dong Nai.
- 282 Nguyễn Phong Vũ:** Khai thác Xoài thơm Vĩnh Hòa vào hoạt động du lịch nông nghiệp ở thị xã Tân Châu, tỉnh An Giang - Exploitation of vinh hoa mango for agricultural tourism activities in tan chau town, an giang province.
- 288 Trần Tấn Đạt:** Vai trò của Du lịch Giáo dục trong việc quảng bá di sản lịch sử và văn hóa: Nghiên cứu trường hợp Khu Nhà Mổ Ba Chúc, huyện Tri Tôn, tỉnh An Giang - The Role of Educational Tourism in Promoting Historical and Cultural Heritage: A Case Study of Ba Chuc Memorial House in Tri Ton District, An Giang Province.
- 293 Tăng Văn Thôn - Thạch Vi Rã:** Tìm hiểu về một số loại nhạc cụ trong nền âm nhạc dân gian Khmer - Learning about some types of musical instruments in khmer folk music.
- 300 Lê Thị Diễm Phúc - Trầm Thanh Tuấn:** Chất liệu tri thức dân gian trong thơ Khmer đương đại trên các ấn phẩm văn nghệ Trà Vinh chữ Khmer - The role of folk knowledge in contemporary khmer poetry: a study of tra vinh literature and arts magazine in khmer language.
- 307 Cao Thị Lệ Hằng - Phạm Thị Yến - Nguyễn Thị Cẩm Nhung - Ngô Thị Hoài Ân - Nguyễn Thị Thanh Thủy - Nguyễn Thị Kim Oanh:** Giáo dục sức khỏe và vệ sinh cá nhân cho trẻ em tộc người rục (dân tộc Chứt) tại tỉnh Quảng Bình - Health and personal hygiene education for ruc children (chut ethnic group) in quang binh province.

KHOI DẬY CẢM HỨNG HỌC TẬP CHO SINH VIÊN THÔNG QUA CÁC BÀI TOÁN ỨNG DỤNG CỦA ĐẠI SỐ TUYẾN TÍNH VÀ GIẢI TÍCH

LÊ BÍCH PHƯƠNG

Bộ môn Toán, Khoa Khoa học Cơ bản,
Nhóm nghiên cứu BSASD, Trường Đại học Mở - Địa chất

Nhận bài ngày 02/01/2025. Sửa chữa xong 07/01/2025. Duyệt đăng 11/01/2025.

Abstract

Linear algebra is a core field in mathematics and data science, providing powerful tools to solve many real-world problems. The teaching of linear algebra should not be limited to theory, but also needs to incorporate applied problems to enhance practical relevance and student enthusiasm. This paper discusses how to integrate applications such as optimization and coding into the linear algebra curriculum, helping students better understand how theoretical concepts are applied in practice.

Keywords: Linear algebra, calculus, optimization, data science, teaching methods.

1. Giới thiệu

Đại số tuyến tính và giải tích là nền tảng cho nhiều lĩnh vực, bao gồm học máy, tối ưu hóa, xử lý tín hiệu và mật mã học. Tuy nhiên, trong môi trường giáo dục đại học, sinh viên thường gặp khó khăn trong việc liên kết các khái niệm trừu tượng với các ứng dụng thực tế. Việc đưa các bài toán ứng dụng cụ thể vào giảng dạy có thể cải thiện đáng kể hiệu quả học tập và khơi dậy niềm yêu thích của sinh viên.

2. Nội dung nghiên cứu

2.1. Ứng dụng trong Tối ưu hóa

Bài toán 1. Ba giàn khoan G_1, G_2, G_3 cần khai thác ba loại dầu khác nhau: dầu nhẹ, dầu trung bình và dầu nặng. Khối lượng dầu cần khai thác ở mỗi giàn là khác nhau và mỗi loại dầu được khai thác từ hai mỏ dầu M_1, M_2 với chi phí khai thác khác nhau tại mỗi mỏ. Mục tiêu là xác định mỏ nào nên lựa chọn để tối ưu hóa chi phí khai thác cho từng giàn khoan.

Dữ liệu: Khối lượng dầu cần khai thác (đơn vị: tấn):

Loại dầu	Giàn khoan G_1	Giàn khoan G_2	Giàn khoan G_3
Dầu nhẹ	10	8	12
Dầu trung bình	15	20	18
Dầu nặng	5	6	7

Chi phí khai thác tại mỗi mỏ (đơn vị: triệu VNĐ/tấn):

Loại dầu	Mỏ M_1	Mỏ M_2
Dầu nhẹ	1.2	1.0
Dầu trung bình	1.5	1.8
Dầu nặng	2.0	1.7

Email: lebichphuong1709@gmail.com

Phép toán: Ma trận nhu cầu khai thác P : $P = \begin{bmatrix} 10 & 15 & 5 \\ 8 & 20 & 6 \\ 12 & 18 & 7 \end{bmatrix}$

Ma trận chi phí khai thác Q : $Q = \begin{bmatrix} 1.2 & 1.0 \\ 1.5 & 1.8 \\ 2.0 & 1.7 \end{bmatrix}$. Ma trận tổng chi phí $R = P \times Q$.

Trong đó R_{ij} là chi phí để giàn khoan G_i khai thác tại mỏ M_j . Tính toán cho giàn khoan G_1 : Tại mỏ M_1 : $10 \cdot 1.2 + 15 \cdot 1.5 + 5 \cdot 2.0 = 44.5$ triệu VNĐ. Tại mỏ M_2 : $10 \cdot 1.0 + 15 \cdot 1.8 + 5 \cdot 1.7 = 45.5$ triệu VNĐ.

Lập lại tương tự cho các giàn còn lại để hoàn thành ma trận R .

Kết quả: $R = \begin{bmatrix} 44.5 & 45.5 \\ 51.6 & 54.2 \\ 55.4 & 56.3 \end{bmatrix}$

1. Từ ma trận R , xác định giàn nào nên chọn mỏ M_1 hoặc M_2 để tối ưu chi phí. 2. Tổng hợp kết quả và đưa ra kết luận.

Ứng dụng: Bài toán này minh họa cách sử dụng đại số tuyến tính và giải tích để tối ưu hóa chi phí trong khai thác dầu khí giúp các kỹ sư đưa ra quyết định dựa trên dữ liệu thực tế.

Bài toán 2. Một công ty muốn dự đoán doanh thu từ quảng cáo trên ba nền tảng: truyền hình, radio và mạng xã hội. Dữ liệu về chi phí quảng cáo và doanh thu được thu thập như sau

Chi phí TV	Chi phí Radio	Chi phí Mạng xã hội	Doanh thu
230	37	69	22
44	12	9	10
17	3	5	5
151	41	45	18
180	15	67	20

Sử dụng đại số tuyến tính và giải tích, hãy tìm một mô hình tuyến tính dạng: $y = Xw$. Với X là ma trận chi phí, y là vector doanh thu, và w là vector trọng số cần tìm.

1. Biểu diễn dữ liệu dưới dạng ma trận: Ma trận chi phí quảng cáo $X = \begin{bmatrix} 230 & 37 & 69 \\ 44 & 12 & 9 \\ 17 & 3 & 5 \\ 151 & 41 & 45 \\ 180 & 15 & 67 \end{bmatrix}$

Vector doanh thu $y = \begin{bmatrix} 22 \\ 10 \\ 5 \\ 18 \\ 20 \end{bmatrix}$

Vector trọng số cần tìm $w = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{bmatrix}$

2. Tìm vector w tối ưu bằng phương pháp bình phương tối thiểu: $w = (X^T X)^{-1} X^T y$. (1)

Chứng minh (1): Bài toán cần giải quyết: Mô hình tuyến tính được biểu diễn dưới dạng: $y = Xw + \epsilon$. Trong đó: X là ma trận đặc trưng (còn gọi là ma trận inputs), kích thước $n \times m$ (n là số mẫu, m là số đặc trưng), y là vector mục tiêu (còn gọi là vector outputs), kích thước $n \times 1$, w là vector trọng số (còn gọi là vector parameter), kích thước $m \times 1$, ϵ là sai số của mô hình.

Mục tiêu: Tìm w sao cho sai số bình phương: $S(w) = \|y - Xw\|^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - x_i^T w)^2$

Tối ưu hóa sai số bình phương tổng: Sai số bình phương tổng là một hàm bậc hai đối với w ,

được viết dưới dạng ma trận như sau: $S(w) = \|y - Xw\|^2 = (y - Xw)^T \cdot (y - Xw)$. Khai triển biểu thức ta có: $S(w) = y^T y - 2y^T Xw + w^T X^T Xw$. Mục tiêu cần tìm w sao cho $S(w)$ đạt giá trị nhỏ nhất. Lấy đạo hàm của $S(w)$ theo w ta có: $\frac{\partial S(w)}{\partial w} = -2X^T y + 2X^T Xw$. Cho đạo hàm bằng 0 để tìm nghiệm tối ưu: $-2X^T y + 2X^T Xw = 0$

$$X^T Xw = X^T y$$

Giải phương trình ta có: $w = (X^T X)^{-1} X^T y$

Áp dụng công thức ta có: $X^T X = \begin{bmatrix} 110326 & 17980 & 35206 \\ 17980 & 3428 & 5526 \\ 35206 & 5526 & 11381 \end{bmatrix}$ $(X^T X)^{-1} = \begin{bmatrix} 0.002731 & -0.003248 & -0.006871 \\ -0.003248 & 0.005205 & 0.007520 \\ -0.006871 & 0.007520 & 0.017691 \end{bmatrix}$
 $X^T y = \begin{bmatrix} 11903 \\ 1987 \\ 3783 \end{bmatrix}$

Tính w : $w = (X^T X)^{-1} X^T y = \begin{bmatrix} 0.060324 \\ 0.129551 \\ 0.08178 \end{bmatrix}$. Vậy mô hình tuyến tính tối ưu là: $y = 0.060324 \cdot x_1 + 0.129551 \cdot x_2 + 0.08178 \cdot x_3$

Ứng dụng: Sinh viên hiểu cách các công cụ như ma trận, phép nhân ma trận, và phép tính nghịch đảo được sử dụng trong thực tế.

2.2. Ứng dụng trong Mã hóa

Bài toán 1: Mã hóa dòng chữ "HELP" thành một thông điệp bí mật bằng phương pháp ma trận.

Quy ước mã hóa ký tự: Gán mỗi chữ cái trong bảng chữ cái tiếng Anh một số thứ tự; $A = 1, B = 2, \dots, Z = 26$. Khoảng trống hoặc ký tự đặc biệt có thể được gán là 0 (hoặc bỏ qua nếu không cần thiết).

Quy trình mã hóa: Biểu diễn dòng chữ dưới dạng vector số. Nhân vector này với một ma trận mã hóa M (là một ma trận vuông đã chọn trước, có định thức khác 0 để đảm bảo khả năng giải mã).

Giải mã: Dùng ma trận nghịch đảo M^{-1} để giải mã thông điệp.

Cách thực hiện:

1) Dòng chữ ban đầu: "HELP". Chuyển các ký tự thành số: $H = 8, E = 5, L = 12, P = 16$. Biểu diễn thành

vector: $v = \begin{bmatrix} 8 \\ 5 \\ 12 \\ 16 \end{bmatrix}$.

2) Cho ma trận mã hóa: Giả sử ma trận mã hóa M là: $M = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$.

Vì ma trận này chỉ là 2×2 , cần chia vector v thành các cặp (block size = 2): $v_1 = \begin{bmatrix} 8 \\ 5 \end{bmatrix}, v_2 = \begin{bmatrix} 12 \\ 16 \end{bmatrix}$.

$$v'_1 = M \cdot v_1 = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 8 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 31 \\ 28 \end{bmatrix}$$

3) Quá trình mã hóa: Nhân từng vector với ma trận mã hóa:

$$v'_2 = M \cdot v_2 = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 12 \\ 16 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 72 \\ 76 \end{bmatrix}$$

Kết quả mã hóa là: $v' = \begin{bmatrix} 31 \\ 28 \\ 72 \\ 76 \end{bmatrix}$.

4) Thông điệp mã hóa: Thông điệp sau khi mã hóa là: 31, 28, 72, 76.

Giải mã:

1) Tính ma trận nghịch đảo: Ma trận nghịch đảo của M là: $M^{-1} = \frac{1}{\det(M)} \cdot \text{adj}(M)$. Trong đó $\det(M) = 2 \cdot 4 - 3 \cdot 1 = 5$. $M^{-1} = \frac{1}{5} \cdot \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.8 & -0.6 \\ -0.2 & 0.4 \end{bmatrix}$.

2) Giải mã vector: Nhân từng vector mã hóa với $\mathbf{M}^{-1}$:

$$\mathbf{v}_1 = \mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{v}'_1 = \begin{bmatrix} 0.8 & -0.6 \\ -0.2 & 0.4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 31 \\ 28 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 5 \end{bmatrix}.$$

$$\mathbf{v}_2 = \mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{v}'_2 = \begin{bmatrix} 0.8 & -0.6 \\ -0.2 & 0.4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 72 \\ 76 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ 16 \end{bmatrix}.$$

Ghép các vector giải mã lại: $\mathbf{v} = \begin{bmatrix} 8 \\ 5 \\ 12 \\ 16 \end{bmatrix}$.

3) Chuyển số về ký tự: $8 \rightarrow H, 5 \rightarrow E, 12 \rightarrow L, 16 \rightarrow P$.

Kết quả giải mã là: "HELP".

Bài toán 2: Mã hóa dòng chữ "LOVEHUMGMATHCLUB" thành một thông điệp bí mật bằng phương pháp ma trận.

Quy ước mã hóa ký tự:

1) Gán mỗi ký tự trong bảng chữ cái tiếng anh là một số thứ tự: $A = 1, B = 2, \dots, Z = 26$. Ký tự khoảng trống hoặc không cần thiết có thể được bỏ qua. 2) Dòng chữ "LOVEHUMGMATHCLUB" được chuyển thành các số: $L = 12, O = 15, V = 22, E = 5, H = 8, U = 21, M = 14, G = 7, M = 13, A = 1, T = 20, H = 8, C = 3, L = 12, U = 21, B = 2$.

Vector số biểu diễn: $\mathbf{v} = \begin{bmatrix} 12 \\ 15 \\ 22 \\ 5 \\ 8 \\ 21 \\ 13 \\ 7 \\ 13 \\ 1 \\ 20 \\ 8 \\ 3 \\ 12 \\ 21 \\ 2 \end{bmatrix}$.

Chọn ma trận mã hóa: Ma trận mã hóa là ma trận 2×2 : $\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$. Vì ma trận 2×2 , cần chia vector $\mathbf{v}$ thành các khối 2×1 : $\mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} 12 \\ 15 \end{bmatrix}, \mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} 22 \\ 5 \end{bmatrix}, \dots, \mathbf{v}_8 = \begin{bmatrix} 21 \\ 2 \end{bmatrix}$.

Mã hóa từng khối: Nhân từng khối với ma trận $\mathbf{M}$: $\mathbf{v}'_i = \mathbf{M} \cdot \mathbf{v}_i$.

Tính toán:

1. Với $\mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} 12 \\ 15 \end{bmatrix}$: $\mathbf{v}'_1 = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 12 \\ 15 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 69 \\ 72 \end{bmatrix}$. 2. Với $\mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} 22 \\ 5 \end{bmatrix}$: $\mathbf{v}'_2 = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 22 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 59 \\ 42 \end{bmatrix}$.

3. Tiếp tục thực hiện các khối còn lại: $\mathbf{v}_3 = \begin{bmatrix} 8 \\ 21 \end{bmatrix} \Rightarrow \mathbf{v}'_3 = \begin{bmatrix} 79 \\ 29 \end{bmatrix}, \mathbf{v}_4 = \begin{bmatrix} 13 \\ 7 \end{bmatrix} \Rightarrow \mathbf{v}'_4 = \begin{bmatrix} 47 \\ 41 \end{bmatrix}, \mathbf{v}_5 = \begin{bmatrix} 13 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \mathbf{v}'_5 = \begin{bmatrix} 29 \\ 17 \end{bmatrix}$.

$$\mathbf{v}_6 = \begin{bmatrix} 20 \\ 8 \end{bmatrix} \Rightarrow \mathbf{v}'_6 = \begin{bmatrix} 64 \\ 52 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_7 = \begin{bmatrix} 3 \\ 12 \end{bmatrix} \Rightarrow \mathbf{v}'_7 = \begin{bmatrix} 42 \\ 51 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_8 = \begin{bmatrix} 21 \\ 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \mathbf{v}'_8 = \begin{bmatrix} 48 \\ 29 \end{bmatrix}.$$

Thông điệp mã hóa: Kết quả sau khi mã hóa là: $\mathbf{v}' =$

$$\begin{bmatrix} 69 \\ 72 \\ 59 \\ 42 \\ 79 \\ 92 \\ 47 \\ 41 \\ 29 \\ 17 \\ 64 \\ 52 \\ 42 \\ 51 \\ 48 \\ 29 \end{bmatrix}.$$

Dòng thông điệp mã hóa cuối cùng (ghép từng cặp số): 69, 72, 59, 42, 79, 92, 47, 41, 29, 17, 64, 52, 42, 51, 48, 29.

Giải mã:

1. Tính ma trận nghịch đảo $\mathbf{M}^{-1}$: $\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$, $\det(\mathbf{M}) = 2 \cdot 4 - 3 \cdot 1 = 5$. Nghịch đảo:

$$\mathbf{M}^{-1} = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.8 & -0.6 \\ -0.2 & 0.4 \end{bmatrix}.$$

1. Giải mã từng khối: Nhân các khối mã hóa $\mathbf{v}'_i$ với $\mathbf{M}^{-1}$ để khôi phục $\mathbf{v}_i$.

2. Kết quả:

Vector số sau khi giải mã sẽ khôi phục lại: $\mathbf{v} =$

$$\begin{bmatrix} 12 \\ 15 \\ 22 \\ 5 \\ 8 \\ 21 \\ 13 \\ 7 \\ 13 \\ 1 \\ 20 \\ 8 \\ 3 \\ 12 \\ 21 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Chuyển các số về ký tự sẽ thu được dòng chữ ban đầu: "LOVEHUMGMATHCLUB".

2.3. Ứng dụng trong phân tích mạng xã hội

Bài toán: Một mạng xã hội đơn giản có 3 người dùng A, B và C . Mỗi quan hệ giữa họ được mô tả bởi

ma trận liên kết sau: $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$.

Trong đó: Một phần tử $A_{ij} = 1$ nếu người dùng i theo dõi người dùng j , và $P(B \rightarrow A)$ nếu ngược lại. Ví dụ: $A_{1,2} = 1$ nghĩa là A theo dõi B . Hãy ước tính mức độ quan trọng (Pagerank) của mỗi người dùng. Vector Pagerank $\mathbf{v} = [v_A, v_B, v_C]^T$ là vector ổn định thỏa mãn: $\mathbf{v} = \mathbf{P} \times \mathbf{v}$. Trong đó $\mathbf{P}$ là ma trận chuyển đổi xác suất.

Giải pháp:

1. Xây dựng ma trận chuyển đổi xác suất $\mathbf{P}$: Mỗi hàng của $\mathbf{A}$ được chuẩn hóa sao cho tổng các phần tử trong hàng bằng 1 (để tạo thành xác suất chuyển đổi). Ma trận chuẩn hóa $\mathbf{P}$ được tính như sau:

$$P_{ij} = \frac{A_{ij}}{\sum_i A_{ij}}. \text{ Với ma trận } A, \text{ ta tính: Tổng số liên kết từ } A=2, \text{ từ } B=2 \text{ từ } C=2. \text{ Nên: } \mathbf{P} = \begin{bmatrix} 0 & 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & 0 & 0.5 \\ 0.5 & 0.5 & 0 \end{bmatrix}.$$

2. Tìm vector ổn định $\mathbf{v}$: Vector $\mathbf{v}$ là một vector riêng ứng với giá trị riêng lớn nhất của $\mathbf{P}$ thỏa mãn: $\mathbf{v} = \mathbf{P} \times \mathbf{v}$. Thông thường, để tìm $\mathbf{v}$, ta sử dụng phương pháp lặp: Bắt đầu với một vector khởi tạo $\mathbf{v}_0 = [1/3, 1/3, 1/3]^T$ (giả định rằng tất cả các người dùng ban đầu có mức quan trọng như nhau). Tại mỗi bước lặp, tính: $\mathbf{v}_{k+1} = \mathbf{P} \times \mathbf{v}_k$. Lặp lại quá trình cho đến khi $\mathbf{v}_k$ hội tụ (không thay đổi đáng kể giữa hai bước lặp liên tiếp).

3. Tính toán: Sau một bước lặp (hoặc tính toán giá trị riêng trực tiếp), ta có: $\mathbf{v} = [0.333, 0.333, 0.333]^T$.

Điều này cho thấy mức độ quan trọng của mỗi người dùng như nhau trong trường hợp mạng đối xứng. Mở rộng: Thêm hệ số giảm dần (d): Trong thực tế, thuật toán Pagerank thường thêm hệ số giảm dần d (damping factor, thường là $d = 0.85$) để tính đến xác suất một người dùng ngẫu nhiên nhảy đến bất kỳ trang nào. Ma trận được điều chỉnh: $\mathbf{P}' = d \cdot \mathbf{P} + (1-d) \cdot \frac{\mathbf{1}^T}{n}$. Với n là số người dùng và $\mathbf{1}$ là ma trận toàn các số 1.

Ứng dụng: Phân tích ảnh hưởng của người dùng trên mạng xã hội; Gợi ý bạn bè hoặc nội dung liên quan.

3. Kết luận

Việc tích hợp các bài toán ứng dụng như tối ưu hóa và mã hóa vào giảng dạy đại số tuyến tính và giải tích không chỉ làm tăng sự hấp dẫn của môn học, mà còn giúp sinh viên chuẩn bị tốt hơn cho các lĩnh vực công việc thực tế. Đây là một hướng đi cần được mở rộng và phát triển trong giáo dục đại học.

Lời cảm ơn:

Nghiên cứu này được tài trợ bởi Trường Đại học Mở - Địa chất, trong đề tài mã số T25-20.

Tài liệu tham khảo

- [1] Gilbert Strang, *Introduction to Linear Algebra*.
- [2] Lay, *Linear Algebra and Its Applications*.
- [3] Langville, A. N., & Meyer, C. D. (2012). *Google's PageRank and Beyond: The Science of Search Engine Rankings*. Princeton University Press.
- [4] Newman, M. E. J. (2010). *Networks: An Introduction*. Oxford University Press.
- [5] Meyer, C. D. (2000). *Matrix Analysis and Applied Linear Algebra*. Society for Industrial and Applied Mathematics.