Journal of Mining and Earth Sciences

Website: http://jmes.humg.edu.vn

Study on arching effect in the embankment over pile - reinforced soft soil

Hung Van Pham [1,*], Huy Quang Dang [1], Lam Phuc Dao [2], Long Khac Nguyen [3]

[1] *Falculty of Civil Engineering, Hanoi University of Mining and Geology, Vietnam*
[2] *Dao Phuc Lam, Falculty of Civil Engineering, University of Transport Technology, Hanoi, Vietnam*
[3] *Falculty of Oil and Gas, Hanoi University of Mining and Geology, Hanoi, Vietnam*

ARTICLE INFO

Article history:
Received 16th Oct. 2020
Accepted 24th Nov. 2020
Available online 31st Dec. 2020

Keywords:
Arching effect,
Embankment,
Pile,
Soft soil,
Stress

ABSTRACT

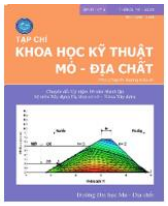
The paper employes 3D numerical modeling to analyze the soil arching mechanism within embankment by FLAC3D code, based on the finite difference method (FDM). To consider the pile group effect, the 3D mesh of four pile has been created. Related to the constitutive models, the embankment is used Mohr - Coulomb model, the soft soil is represented by modified Cam - clay model, and footing and piles are employed by elasticity model. The numerical results focus on the soil arching phenomena in terms of stress distribution on piles and soft soil, the stress concentration ratio and the stress reduction ratio. Additionally, the axial force along pile and the settlements of embankment, soft soil and pile are studied.

Copyright © 2020 Hanoi University of Mining and Geology. All rights reserved.

*Corresponding author
E - mail: phamvanhung@humg.edu.vn
DOI: 10.46326/ JMES.HTCS2020.03

Tạp chí Khoa học Kỹ thuật Mỏ - Địa chất

Trang điện tử: http://tapchi.humg.edu.vn



Nghiên cứu hiệu ứng vòm trong khối đắp khi nền đường đắp trên nền đất yếu gia cố bằng cọc cứng

Phạm Văn Hùng [1,*], Đặng Quang Huy [1], Đào Phúc Lâm [2], Nguyễn Khắc Long [3]

[1] *Khoa Xây dựng, Trường Đại học Mỏ - Địa chất, Hà Nội, Việt Nam*
[2] *Khoa Công trình, Trường Đại học Công nghệ Giao thông Vận tải, Hà Nội, Việt Nam*
[3] *Khoa Dầu Khí, Trường Đại học Mỏ - Địa chất, Hà Nội, Việt Nam*

THÔNG TIN BÀI BÁO

Quá trình:
Nhận bài 16/10/2020
Chấp nhận 24/11/2020
Đăng online 31/12/2020

Từ khóa:
Cọc cứng,
Đất yếu,
Hiệu ứng vòm,
Nền đắp,
Ứng suất.

TÓM TẮT

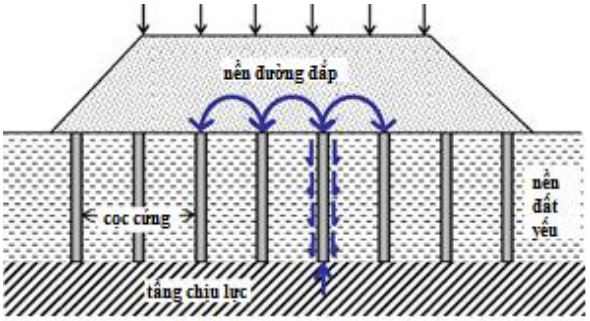
Bài báo sử dụng phương pháp số 3Dể tích hiệu ứng vòm bên trong khối đắp nền đường bằng phần mềm FLAC3D, dựa trên lời giải của phương pháp sai phân hữu hạn. Để xem xét ảnh hưởng của nhóm cọc, mô hình 3D của hệ 4 cọc đã được xây dựng. Một số mô hình vật liệu đã được sử dụng, bao gồm: nền đường sử dụng mô hình Mohr - Coulumb, nền đất yếu sử dụng mô hình Cam - Clay cải tiến, cọc cứng và tấm móng sử dụng mô hình đàn hồi. Bài báo tập trung phân tích hiệu ứng vòm bên trong khối đắp, thông qua sự phân bố ứng suất xuống đầu cọc và ứng suất xuống nền đất yếu, hệ số tập trung ứng suất trên đầu cọc và hệ số giảm ứng suất trên nền đất yếu. Ngoài ra, sự phân bố lực dọc trong cọcvà các giá trị độ lún của nền đắp, nền đất yếu và cọc cũng được nghiên cứu.

© 2020 Trường Đại học Mỏ - Địa chất. Tất cả các quyền được bảo đảm.

1. Mở đầu

Phương pháp gia cố nền đất yếu bằng cọc cứng bao gồm các cọc cứng bằng bê tông, bê tông cốt thép, thép, ống thép nhồi bê tông, xi măng đất... gia cố một phần hay toàn bộ chiều dày nền đất yếu. Các cọc được bố trí theo lưới hình tam giác hay lưới hình vuông. Khối đắp bên trên bằng vật liệu rời (cát hạt thô, đá dăm) đóng vai trò là lớp đệm truyền lực (Hình 1).

Kỹ thuật khối đắp trên nền đất yếu gia cố bằng cọc cứng đã được áp dụng rộng rãi trên thế giới trong các dự án đường sắt, đường bộ, cầu, tường chắn, bể chứa… nhờ những ưu điểm như: giảm giá thành và thời gian xây dựng; cải thiện đáng kể sức chịu tải của nền đất yếu, giảm độ lún và chuyển vị nghiêng của công trình và ít gây ảnh hưởng đến môi trường xung quanh.



Hình 1. Sơ đồ gia cố nền đất yếu bằng khối đắp trên đất yếu gia cố bằng cọc cứng.

* *Tác giả liên hệ*
E - mail: phamvanhung@humg.edu.vn
DOI: 10.46326/ JMES.HTCS2020.03

Nguyên lý truyền lực của hệ khối đắp - đất yếu gia cố bằng cọc cứng dựa trên cơ chế truyền lực bên trong khối đắp. Do độ cứng của cọc lớn hơn nhiều so với nền đất yếu, nền đất yếu có xu hướng lún nhiều hơn so với cọc, phần khối đắp phía trên đất yếu cũng có xu hướng dịch chuyển cùng. Tuy nhiên, nhờ làm bằng vật liệu rời với góc ma sát trong lớn (sức kháng cắt lớn), phần khối đắp phía trên đầu cọc cứng sẽ cản trở dịch chuyển của khối đất trên phía đất yếu, nhờ nhận thêm một phần lực ma sát từ khối bên cạnh truyền xuống, hiện tượng này làm tăng ứng suất tác dụng xuống đầu cọc, và giảm ứng suất tác dụng xuống nền đất yếu. Hiện tượng này được gọi là hiệu ứng vòm (Hình 2).

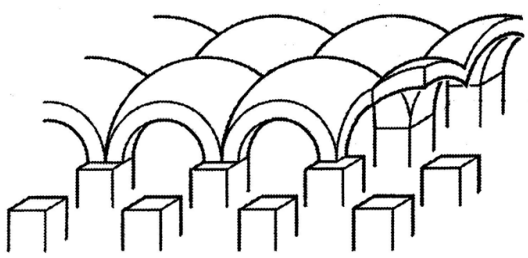
Để đánh giá hiệu quả hiệu ứng vòm, haithông số thường được sử dụng là hệ số tập trung ứng suất trên đầu cọc (SCR) và hệ số giảm ứng suất của nền đất yếu (SRR). Trong đó, hệ số tập trung ứng suấtlà tỷ lệ ứng suất thẳng đứng ở đỉnh cọc chia với ứng suất thẳng đứng ở đỉnh đất xung quanh.

$$SCR = \frac{\sigma_p}{\sigma_s} \qquad (1)$$

Hệ số giảm ứng suấtđược định nghĩabằng tỷ lệ ứng suất tác dụng xuống đất yếu giữa các cọc, σ_s, với ứng suất trung bình tác dụng bởi tải trọng nền đắp với ứng suất bên trên nền đắp, σ:

$$SRR = \frac{\sigma_s}{\sigma} \qquad (2)$$

Hệ số tập trung ứng suất cho thấy rằng nhờ có sự xuất hiện của cọc cứng thì ứng suất truyền xuống cọc sẽ cao gấp nhiều lần ứng suất truyền xuống nền đất yếu. Trong khi, hệ số giảm ứng suất phản ánh mức độ giảm tải trọng truyền xuống nền đất yếu khi so sánh với trường hợp nền đất yếu chưa gia cố. Khi SRR = 0, ứng suất trên nền đất yếu bằng không. Nó có nghĩa là tất cả các tải được chuyển lên các cọc, hiệu ứng vòm hoàn toàn. Khi hệ số giảm ứng suất bằng $SRR = 1{,}0$, nghĩa là tất cả tải trọng được truyền xuống nền đất, không có hiệu ứng vòm.



Hình 2. Mô tả mô hình vòm đất của Hewlett và Randolph (1988).

Trên thế giới, những nghiên cứu về bài toán khối đắp đã được tiến hành từ những năm 90 của thế kỉ trước. Trong đó hầu hết các nghiên cứu tập trung nghiên cứu quá trình truyền ứng suất bên trong khối đắp và độ lún của nền đường, của nền đất yếu. Tuy nhiên, không nhiều các nghiên cứu sử dụng mô phỏng số 3D. Bên cạnh đó một số nghiên cứu sự ảnh hưởng của các thông số cũng được tiến hành. Hewlett và Randolph (1988) đã chỉ ra rằng khoảng cách giữa các cọc và chiều cao của khối đắp ảnh hưởng rõ rệt đến hiệu quả truyền lực bên trong khối đắp. Nghiên cứu của Han và Gabr (2002) thông qua phương pháp số 2D đã chỉ ra rằng độ lún của khối đắp và sự chênh lệch lún tăng khi chiều cao nền đường tăng. Đồng thời, tác giả cũng làm rõ rằng hệ số tập trung ứng suất tăng với chiều cao nền đường. Nghiên cứu của Jenck và nnk. (2007) chỉ ra rằng góc ma sát trong của khối đắp làm tăng hiệu quả truyền lực và giảm độ lún.Van Eekelen và nnk., 2013, 2015 đã đề xuất xây dựng, phân tích và kiểm chứng tính đúng đắn của một phương pháp giải tích mới, nhằm xác định hiệu ứng vòm bên trong khối đắp.

Bài báo sử dụng phương pháp số 3D để phân tích hiệu ứng vòm bài toán khối đắp trên nền đất yếu được gia cố bằng các cọc cứng. Hiệu quả truyền ứng suất bên trong khối đắpthông qua sự phân bố ứng suất xuống đầu cọc và nền đất yếu sẽ được làm rõ. Đồng thời, bài báo cũng làm sáng tỏ sự phân bố lựcdọc thân cọc và độ lún của nền đắp, của đất yếu và của cọc cứng.

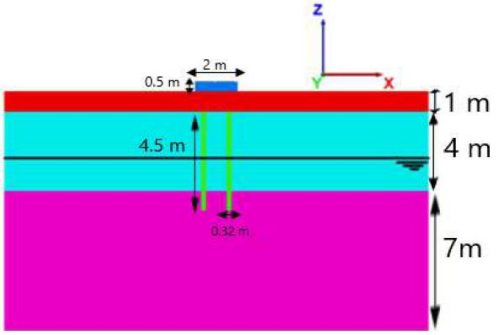
2. Mô hình 3D bài toán khối đắp trên nền đất yếu gia cố bằng cọc cứng

Mặt cắt địa chất gồm các tầng lớp: lớp đất lấp dày 1 m, lớp đất yếu dày 4 m nằm trên lớp cát sỏi dày 7 m. Mực nước ngầm ở mức - 3,7m.

Mô hình số được xây dựng bằng phần mềm FLAC3D, dựa trên lời giải của phương pháp sai phân hữu hạn. Mô hình được xây dựng khối móng bằng bê tông có kích thước 2x2m dày 0,5m trên trên là lớp cát truyền lực dày 1 m, trên đất yếu dày 4m được gia cố bằng 4 cọc bê tôngđường kính d = 0,4m dài 4,5m (đảm bảo ngàm vào lớp đất tốt 0,5m), phía dưới là tầng chịu lực (Hình 3). Do tính chất đối xứng của mô hình, một nửa của mô hình với 2 cọc được xem xét, điều này cho phép xem xét

ảnh hưởng của nhóm cọc cứng và hiệu ứng vòm phía trên đầu các cọc trong lớp cát đệm. Các phần tử khối đa diện được sử dụng và được liên kết với nhau tại các nút, tạo thành lưới. Nền đất, cọc, lớp đệm cát và bản móng đều sử dụng các phần tử khối, điều này cho phép quan sát ứng suất và chuyển vị của nền đất và cọc. Tuy nhiên, để thuận tiện cho quan sát các thành phần nội lực của cọc cứng như mô men, lực dọc, lực cắt phần tử dầm được đưa vào tim của cọc.

Trong các phân tích, khối đắp bên trên và chịu lực phía dưới được mô hình hóa bằng mô hình đàn hồi tuyến tính, dẻo tuyệt đối kết hợp với tiêu chí phá hủy Mohr - Coulomb, đất yếu được mô phỏng bằng mô hình Cam clay cải tiến, các cọc cứng, tấm móng được mô phỏng bằng mô hình đàn hồi tuyến tính.Phân tử tiếp xúc giữa cọc - đất và móng - đất cũng được xem xét. Các thông số mô hình của các lớp đất, vật liệu được lấy theo số liệu đã được công bố trước đây, trong Pham và nnk., 2019, trong Bảng 1.



Hình 3. Mặt cắt đứng của mô hình tại tim cọc.

Bảng 1. Bảng tổng hợp các thông số của mô hình vật liệu được sử dụng trong tính toán mô phỏng.

Vật liệu	Mô hình	Các thông số của mô hình
Đất cát	MC	E=150 MPa, ν=0,3, φ=37°, c=0,0 kPa, γ=19 kN/m^3.
Đất yếu	MCC	λ=0,06, κ=0,0072, M=1,244, v =1,892, p_c=315 kPa, γ=18 kN/m^3
Tầng chịu lực	MC	E=350 MPa, ν=0,3, γ=19 kN/m^3, φ=37°, c=0 kPa
Cọc cứng	E	E=5 GPa, ν=0,2, γ=25 kN/m^3
Tấm móng	E	E=24 GPa, ν=0,2, γ=25 kN/m^3
Tiếp xúc	Đất yếu cọc	k_s=k_n=1×10^{8}kN/m/m, φ=15°, c=30 kPa
	Cát - móng	k_s=k_n=1×10^{8}kN/m/m, φ=22°, c=170 kPa

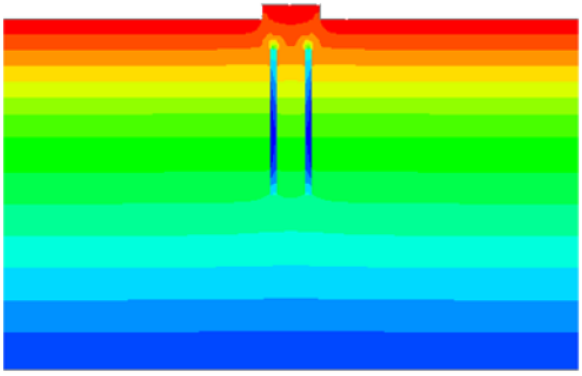
Trước khi tác dụng tải trọng, trạng thái ứng suất ban đầu của hệ thống phải được thiết lập, điều này cho phép định nghĩa trạng thái ứng suất ban đầu của nền đất.Tiếp sau đó, tải trọng tác dụng tại tâm móng thông qua bàn nén có đường kính D = 1 m, giá trị của tải trọng được tăng dần từ 0 → 1000 kN, với bước gia tải bằng 200 kN.

3. Kết quả phân tích hiệu ứng vòm trong khối đắp thông qua kết quả mô hình số

3.1. Sự phân bố ứng suất trong khối đắp

Trước tiên, sự phân bố ứng suất trong khối đắp khi chưa có tải trọng tác dụng được phân tích. Hình 4 biểu diễn sự phân bố của ứng suất đồng nhất theo phương thẳng đứng *zz* trong các lớp đất khác nhau, ngoại trừ phần cọc cứng. Có thể thấy rằng, ứng suất tăng theo độ sâu, chủ yếu là do trọng lực của đất. Lớp càng sâu sẽ phải chịu ứng suất theo phương đứng càng lớn, kết quả này thống nhất với các nghiên cứu trong cơ học đất truyền thống. Bên cạnh đó, nhờ có sự tham gia của cọc cứng, ứng suất tác dụng xuống đầu cọc cứng lớn hớn ứng suất tác dụng xuống nền đất yếu, ứng suất tác dụng trên cọc trung bình 82*10^3 Pa xấp xỉ lớn gấp 4 lần ứng suất trên đất yếu (bằng khoảng 20*10^3 Pa).

Hình 5 chỉ ra sự phân bố ứng suất trong hệ kết cấu, có thể nhận thấy rằng, ứng suất gây bởi tải trọng do nền đắp và tải trọng ngoài tác dụng từ khối đắp, thông qua quá trình truyền lực cơ bản trong khối đắp, tải trọng sẽ được phân chia xuống đầu cọc và xuống nền đất yếu. Do độ lún của cọc lớn hơn so với độ lún của nền đất yếu, hiện tượng này sẽ làm phát sinh lực ma sát âm quanh thân cọc. Lực ma sát âm này có hướng xuống dưới và có tác dụng cộng tác dụng với áp lực đầu cọc



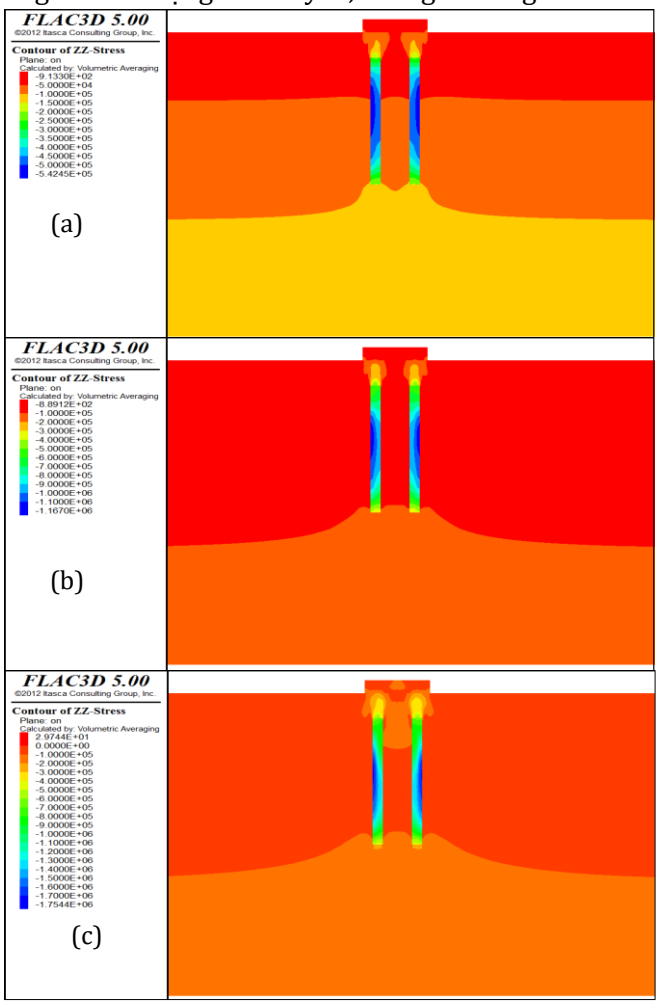
Hình 4. Phân bố ứng suất khi chưa có tải trọng ngoài tác dụng.

làm cho lực trong cọc tăng lên. Tại mặt phẳng cân bằng (u=0), khi chuyển dịch tương đối của đất yếu và cọc là bằng 0, khi đó lực ma sát âm coi như bằng 0, và khi đó giá trị lực dọc tác dụng lên thân cọc đạt giá trị lớn nhất.

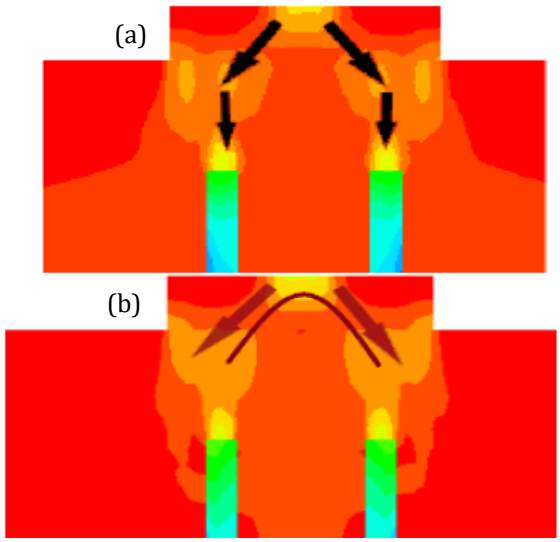
Hình 5 cũng chỉ ra rằng khi áp lực tác dụng lên tấm móng tăng lên, áp lực tác dụng xuống đầu cọc cũng tăng lên. Hình 6 cho thấy rằng dạng phân bố ứng suất trong khối đắp, tăng dần khi xuống gần đầu cọc. Đây cũng là lý do hiện tượng truyền ứng suất bên trong khối đắp được các tác giả trước đây xem như những vòm ứng suất.

3.2. Hiệu quả truyền ứng suất trong khối đắp

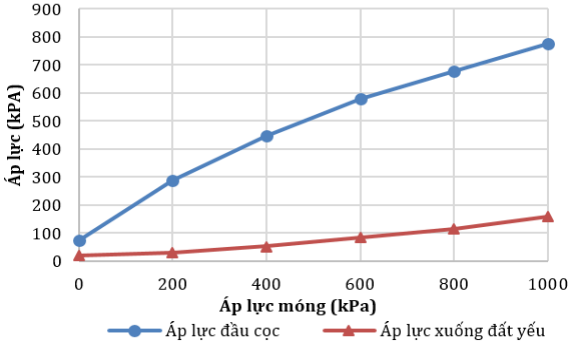
Hình 7 biểu diễn mối quan hệ giữa lực tác dụng phía trên khối đắp đến áp lực tác dụng lên trên đầu cọc cứng và nền đất yếu. Có thể thấy rằng áp lực tác dụng xuống đầu cọc lớn gấp nhiều lần, ứng suất tác dụng lên đất yếu, chứng tỏ trong khối đắp đã hình thành các vòm đất (vòm truyền lực), điều này làm tăng áp lực tác dụng lên cọc cứng. Khi giá trị lực tác dụng bằng V= 400 kN, ứng suất đầu cọc và ứng suất của đất yếu tương ứng bằng 446,0 kPa và 52,6 kPa. Ngoài ra, khi áp lực gây bởi tải trọng ngoài tăng lên, áp lực tác dụng xuống đầu cọc và áp lực tác dụng xuống đất yếu cũng tăng lên. Hình 8 cho thấy rằng hệ số tập trung ứng suất tương ứng với trường hợp đang xét xấp xỉ bằng 9 khi V= 200 kN, sau đó giảm dần khi tải trọng tăng lên, nó có giá trị gần bằng 5 khi V= 1000 kN. Điều này cũng cho thấy rằng, khi tải trọng tăng, tác dụng của hiệu ứng vòm giảm. Hình 5 đã chỉ ra rằng khi tăng tải trọng phía trên nền đường gây ra những sự tăng lên về ứng suất của cọc cứng và nền đất yếu, tuy nhiên chưa định lượng rõ bằng bao nhiêu phần trăm truyền cho cọc và bao nhiêu phần trăm truyền cho đất yếu.



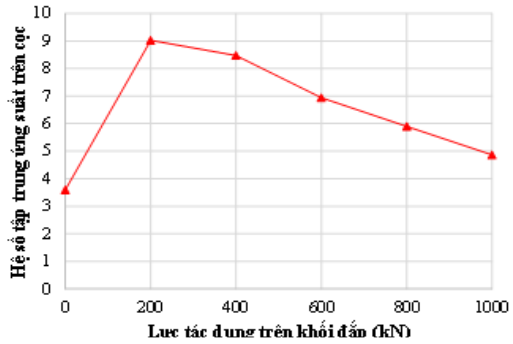
Hình 5. Phân bố ứng suất khi tải trọng ngoài tác dụng. a) V = 200 kN; b) V = 600 kN; c) V = 1000 kN.



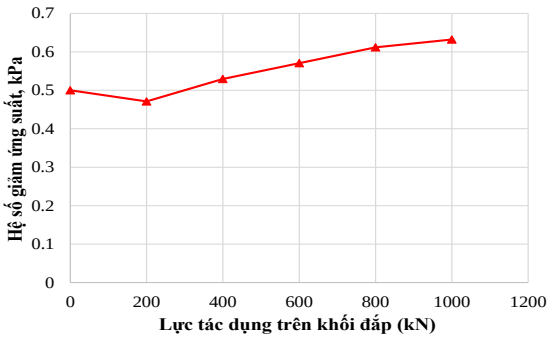
Hình 6. Phân bố ứng suất bên trong khối đắp khi tải trọng ngoài tác dụng: a) V = 200 kN; b) V = 800 kN.



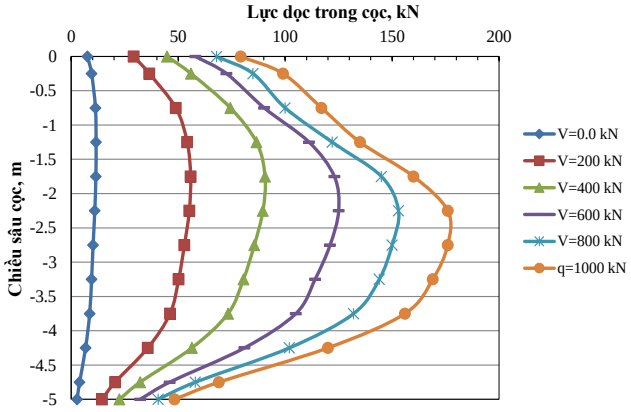
Hình 7. Tương quan giữa tải trọng ngoài với áp lực tác dụng xuống đầu cọc và đất yếu.



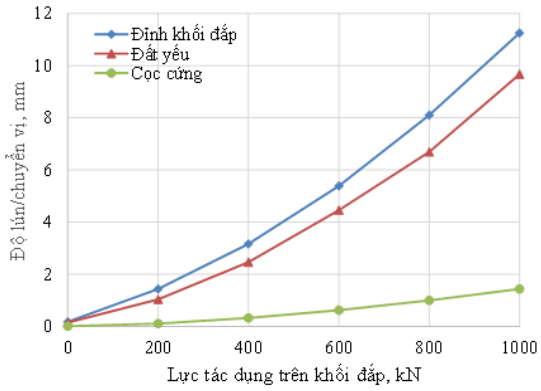
Hình 8. Hệ số tập trung ứng suất tác dụng lên cọc.



Hình 9. Hệ số giảm ứng suất xuống nền đất yếu.



Hình 10. Sự phân bố lực dọc trong cọc theo chiều sâu với các giá trị tải trọng ngoài khác nhau.



Hình 11. Độ lún của nền đắp, đất yếu và chuyển vị của cọc cứng dưới tác dụng của tải trọng.

Hình 9 đã góp phần làm sáng tỏ vấn đề này, ví dụ khi chưa có tải trọng ngoài tác dụng, hệ số giảm ứng suất $SRR = 0,5$, tương ứng cọc cứng đã chịu 50% lực gây bởi khối đắp. Tuy nhiên, khi tăng tải trọng phía bên trên nền đắp, tỷ lệ phần trăm tải trọng truyền lên đất yếu có phần tăng lên, giá trị tương ứng tính được 0,53, 0,57, 0,61 và 0,63 ứng với tải trọng $V = 400$, 600, 800 và 1000 kN.

3.3. Quá trình truyền tải trọng dọc thân cọc theo chiều sâu

Khi nhận tải trọng truyền xuống dưới đầu cọc cộng với phần ứng suất gây bởi ma sát do độ lún của đất yếu xung quanh lớn hơn chuyển vị của phần cọc, tải trọng của cọc sẽ tăng dần theo chiều sâu cho đến mặt phẳng cân bằng biến dạng, sau đó tải trọng của cọc sẽ giảm dần theo chiều sâu nhờ lực ma sát dương giữa đất yếu với thành cọc (Hình 5). Hình 10 biểu diễn quan hệ giữa lực thẳng đứng trên khối đắp với lực dọc của cọc theo chiều sâu. Có thể thấy rằng khi lực tác dụng trên khối đắp tăng lên, lực tác dụng lên cọc cũng tăng lên rõ rệt. Ngoài ra, biểu đồ cũng chỉ ra rằng khi tải trọng bên trên khối đắp tăng lên, chiều sâu của mặt phẳng cân bằng đi dịch xuống phía dưới, vị trí của mặt phẳng cân bằng ứng với $V = 0$ kPa và $V = 1000$ kN tìm được tại độ sâu $z = 1,5$ m và 2,5 m tương ứng. Điều này có thể được giải thích rằng, khi tăng tải trọng bên trên nền đắp, tải trọng tác dụng trên đất yếu cũng tăng lên, làm tăng chiều sâu nén ép của đất yếu, do đó làm tăng phạm vi tác dụng của lực ma sát âm quanh thân cọc.

3.4. Độ lún của khối đắp, đất yếu và chuyển vị của cọc

Hình 11 thể hiện độ lún của khối đắp, nền đất yếu và chuyển vị của đầu cọc cứng với các giá trị tải trọng khác nhau. Trong phần trước đó, do độ cứng của cọc lớn hơn rất nhiều so với nền đất yếu, độ lún của cọc nhỏ hơn độ lún của nền đất yếu rất nhiều. Có thể thấy từ biểu đồ rằng độ lún của cọc là không đáng kể chỉ vào khoảng 0,33 và 1,44 mm tương ứng với tải trọng bằng 400 kN và 1000 kN.

Trong khi đó độ lún của của nền đất yếu là đáng kể và bằng khoảng 80÷85% độ lún của nền đắp, giá trị của độ lún tương ứng với các mức tải

trọng 400 và 1000 kN bằng 2,47 và 9,67 mm. Sự sai khác về độ lún của đất yếu và cọc cứng là tương đối lớn, đất yếu lún nhiều hơn so với cọc, tạo ra lực ma sát xung quanh thân cọc hướng xuống phía dưới, lực này sẽ cùng chiều lực tác dụng xuống đầu cọc nhờ hiệu ứng vòm trong khối đắp.

4. Kết luận

Kết quả mô phỏng số 3D bài toán khối đắp trên đất yếu gia cố bằng cọc cứng đã chỉ ra rằng có sự hình thành các vòm ứng suất trong khối đắp, điều này làm gia tăng ứng suất tác dụng xuống đầu cọc và giảm ứng suất tác dụng trên nền đất yếu.

Khi tăng giá trị của lực ngoài, ứng suất tác dụng xuống đầu cọc và nền đất yếu đều tăng lên. Tuy nhiên, hệ số tập trung ứng suất giảm và hệ số giảm ứng suất tăng lên.

Nghiên cứu cũng chỉ ra rằng có sự tồn tại của lực ma sát âm quanh thân cọc và mặt phẳng cân bằng chuyển vị. Mặt phẳng cân bằng chuyển được tìm thấy ở độ sâu từ 1,5÷2,5 m tính từ mặt phẳng đầu cọc và phụ thuộc vào tải trọng tác dụng bên trên khối đắp. Tương ứng với mặt phẳng cân bằng ứng suất, ta tìm thấy giá trị lớn nhất của lựcdọc của cọc. Điều này có giá trị không nhỏ trong thiết kế kích thước và lựa chọn vật liệu cọc.

Kết quả nghiên cứu số đã chỉ ra rằng khi tải trọng tăng dần lên thì độ lún của khối đắp, của cọc, và của nền đất yếu tăng lên, chênh lệch độ lún giữa cọc cứng và nền đất yếu cũng tăng lên đáng kể. Giá trị độ lún của của nền đất yếu bằng khoảng 80 - 85% độ lún của nền đắp, nó bằng bằng 2,47 và 9,67 mm tương ứng với các mức tải trọng 400 và 1000 kN.

Những đóng góp của tác giả

Khái niệm hóa: Nguyễn Khắc Long; Phương pháp luận: Đào Phúc Lâm; Kiểm chứng: Đặng Quang Huy; Chạy mô hình: Phạm Văn Hùng; Viết bản thảo bài báo: Phạm Văn Hùng; Đánh giá và chỉnh sửa: Đặng Quang Huy,

Tài liệu tham khảo

Han, J., Gabr, M., (2002). Numerical Analysis of Geosynthetic - Reinforced and Pile - Supported Earth Platforms over Soft Soil. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 128, 44 - 53.

Hewlett W. J., Randolph, M. F., (1988). Analysis of piled embankments. *Ground Engineering*, 21(3): 12 - 18.

Jenck, O., Dias, D., Kastner, R., (2007). Two dimensional physical and numerical modeling of a pile - supported earth platform over soft soil. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 133, 295 - 305.

Pham, V. H., Brianson, L., Dias, D., Racinais, J., (2019). Investigation of behavior of footing over rigid inclusion - reinforced soft soil: Experimental and numerical approaches. *Canadian Geotechnical Journal*, 2019, 56(12): 1940 - 1952.

Terzaghi, K., (1943). Theoretical Soil Mechanics.*John Wiley and Sons*, New York (1943).

Van Eekelen, S. J. M., Bezuijen, A., Van Tol, A. F., (2013). An analytical model for arching in piled embankments. *Geotextiles and Geomembranes*, 39, pp. 78 - 102.

Van Eekelen, S. J. M., Bezuijen, A., Van Tol, A. F., (2015). Validation of analytical models for the design of basal reinforced piled embankments. *Geotextiles and Geomembranes*, 43(1), 56 - 81.