ISSN: 2615-9481

HỘI TRẮC ĐỊA - BẢN ĐỒ - VIỄN THÁM VIỆT NAM
VIETNAM ASSOCIATION OF GEODESY, CARTOGRAPHY AND REMOTE SENSING
www.geocartagis.vn, editor@geocartagis.vn

Tạp chí

TRẮC ĐỊA - BẢN ĐỒ

Magazine

GEODESY – CARTOGRAPHY

Tập 12, số 03, năm 2026
Volume 12, Issue 03, 2026

Xuất bản hai tháng một kỳ - Published every two months

MỤC LỤC

VIỄN THÁM – GIS - UAV
Remote Sensing – GIS - UAV

1. **Phân tích biến động không gian - thời gian của hiệu ứng Đảo nhiệt công nghiệp do sự phát triển các khu công nghiệp tại tỉnh Bắc Ninh giai đoạn 2006 – 2026** 04
Vũ Thanh Truyền, Nguyễn Phương Bắc, Vũ Phương Lan

2. **Hiển thị hình ảnh vệ tinh trên nền tảng web ở chế độ gần thời gian thực** 22
Đào Khánh Hoài, Trương Văn Tuấn, Ngô Ngọc Thủy, Bùi Thế Truyền

3. **Ứng dụng viễn thám và GIS trong đánh giá biến động đường bờ tại thành phố Rạch Giá, giai đoạn 2000 – 2020** 33
Lê Chí Lâm, Phạm Trần Minh Quân, Võ Thị Kim Anh, Trần Thị Huyền

TRẮC ĐỊA – ĐỊNH VỊ
Geodesy - GNSS

4. **Xác định độ cao geoid từ mô hình thế trọng trường Trái đất toàn cầu XGM2019e_2159 và mô hình số độ cao ETOPO1** 47
Nguyễn Thành Lê, Nguyễn Văn Sáng

5. **Kết quả phân tích điều hoà thuỷ triều tại trạm hải văn Hòn Dấu** 59
Đoàn Văn Chinh

QUẢN LÝ ĐẤT ĐAI, LĨNH VỰC KHÁC
Land Administration

6. **Đánh giá công tác bồi thường, hỗ trợ khi nhà nước thu hồi đất trên địa bàn xã Bình Minh, thành phố Hà Nội** 68
Nguyễn Thị Nga

7. **Nghiên cứu các yếu tố ảnh hưởng đến giá bất động sản tại phường Cầu Giấy, thành phố Hà Nội trong bối cảnh sát nhập chính quyền hai cấp** 82
Bùi Thị Cẩm Ngọc

Xác định độ cao geoid từ mô hình thế trọng trường Trái đất toàn cầu XGM2019e_2159 và mô hình số độ cao ETOPO1

Nguyễn Thành Lê[1], Nguyễn Văn Sáng[2]

[1]*Trường Đại học Kỹ thuật Lê Quý Đôn, Hà Nội, Việt Nam*
[2]*Trường Đại học Mỏ - Địa Chất, Hà Nội, Việt Nam*
Email tác giả liên hệ: nguyenvansang@humg.edu.vn

https://doi.org/10.5281/zenodo.21107766

Tóm tắt:

Độ cao geoid là đại lượng quan trọng trong trắc địa, phục vụ chuyển đổi giữa độ cao ellipsoid và độ cao vật lý, đồng thời là cơ sở cho các ứng dụng như xây dựng hệ thống độ cao quốc gia, xử lý dữ liệu GNSS–thủy chuẩn và nghiên cứu trường trọng lực Trái đất. Sự phát triển của các mô hình thế trọng trường toàn cầu có độ phân giải cao cho phép xác định độ cao geoid ngày càng chính xác từ các mô hình này. Như vậy, việc xây dựng chương trình tính toán độ cao geoid từ các hệ số điều hòa cầu của mô hình thế trọng trường toàn cầu có ý nghĩa quan trọng trong nghiên cứu và ứng dụng. Để đạt được mục tiêu này, lý thuyết xác định độ cao geoid từ các hệ số điều hòa cầu và mô hình địa hình đã được tìm hiểu. Chương trình xác định độ cao geoid đã được xây dựng. Các tính toán thực nghiệm được thực hiện đối với mô hình thế trọng trường XGM2019e_2159 và mô hình địa hình ETOPO1. Chương trình được kiểm chứng bằng cách so sánh với kết quả tính của ICGEM trên 13.041 điểm phủ toàn bộ lãnh thổ Việt Nam. Kết quả so sánh cho thấy: độ cao geoid tại mặt ellipsoid có độ lệch trung bình 0,01 cm và độ lệch chuẩn 0,02 cm; độ cao địa hình nội suy từ ETOPO1 trùng khớp hoàn toàn. Sai lệch độ cao geoid tại mặt địa hình có giá trị trung bình −0,14 cm với độ lệch chuẩn ±1,97 cm, là do sự khác biệt trong cách xử lý ảnh hưởng địa hình giữa hai phương pháp. Các kết quả khẳng định độ tin cậy của chương trình và tiềm năng ứng dụng trong các bài toán trắc địa độ chính xác cao.

Từ khóa: *Độ cao geoid, XGM2019e_2159, ICGEM, ETOPO1, đánh giá độ chính xác.*

Ngày nhận bài: 01/03/2026 Ngày sửa lại: 30/03/2026 Ngày chấp nhận đăng: 25/05/2026 Ngày xuất bản: 30/06/2026

Determination of Geoid Height from the XGM2019e_2159 Global Geopotential Model and the ETOPO1 Digital Elevation Model

Nguyen Thanh Le[1], Nguyen Van Sang[2]

[1]*Le Quy Don Technical University, Ha Noi, Viet Nam*
[2]*Hanoi University of Mining and Geology, Ha Noi, Viet Nam*
Corresponding Author Email: nguyenvansang@humg.edu.vn

Abstract:

Geoid height is a fundamental quantity in geodesy, providing the link between ellipsoidal and physical heights and supporting applications such as the realization of national height systems, GNSS–levelling data processing, and studies of the Earth's gravity field. Recent high-resolution global gravity field models enable increasingly accurate geoid determination directly from spherical harmonic coefficients. This study investigates the theoretical framework for computing geoid height from spherical harmonic coefficients in combination with topographic information and develops a computational program for this purpose. Numerical experiments were conducted using the global gravity field model XGM2019e_2159 and the topographic model ETOPO1. The developed program was validated through comparison with results provided by ICGEM at 13,041 points covering the entire territory of Vietnam. The comparison indicates that the geoid height on the ellipsoid surface shows a mean difference of 0.01 cm with a standard deviation of 0.02 cm, while the terrain heights interpolated from ETOPO1 are fully consistent. Differences in geoid height at the topographic surface have a mean value of −0.14 cm with a standard deviation of ±1.97 cm, mainly caused by differences in the treatment of topographic effects between the two approaches. These results demonstrate the reliability of the developed program and highlight its potential for applications in high-precision geodetic studies.

Keywords: *Geoid height, XGM2019e_2159, ICGEM, ETOPO1, accuracy evaluation.*

Submission received: 01/03/2026 Revised: 30/03/2026 Accepted: 25/05/2026 Published: 30/06/2026

1. Giới thiệu

Độ cao geoid (N) là đại lượng cơ bản trong trắc địa vật lý, đóng vai trò trung gian trong việc chuyển đổi giữa độ cao trắc địa (H) xác định từ GNSS và độ cao vật lý (h). Trong những năm gần đây, với sự phát triển của các mô hình thế trọng trường toàn cầu (Global Geopotential Models – GGMs) có độ phân giải ngày càng cao, bậc khai triển lên đến 2.190 – thậm chí mô hình XGM2019e đạt đến bậc 5.540 – việc xác định độ cao geoid đạt độ chính xác ngày càng cao trên phạm vi toàn cầu và khu vực, đáp ứng yêu cầu ngày càng cao của các ứng dụng trắc địa hiện đại.

Hệ thống ICGEM (International Centre for Global Earth Models) [1] cung cấp dịch vụ tính toán trực tuyến cho phép xác định các thành phần thế trọng trường từ các mô hình GGM chuẩn – bao gồm độ cao geoid, dị thường độ cao và dị thường trọng lực – với khả năng xử lý tối đa khoảng 50.000 điểm cho mỗi lần tính. Tuy nhiên, đối với bài toán có số điểm lớn, người dùng buộc phải chia nhỏ dữ liệu thành nhiều tệp, dẫn đến thời gian xử lý kéo dài và phụ thuộc vào kết nối Internet. Bên cạnh đó, các yêu cầu về tính chủ động trong xử lý dữ liệu và bảo mật thông tin đặt ra nhu cầu cấp thiết phải xây dựng các chương trình tính toán độc lập.

Đã có một số chương trình tính toán độ cao geoid từ mô hình thế trọng trường Trái đất toàn cầu được xây dựng, trong đó bộ chương trình Gravsoft [2] được nhiều quốc gia và nhà khoa học sử dụng rộng rãi. Chương trình được viết bằng ngôn ngữ Fortran với định dạng dữ liệu đầu vào chặt chẽ. Do đó khi sử dụng chương trình này cho các mô hình thế trọng trường Trái đất tải từ ICGEM cần chuẩn hóa số liệu đầu vào, vì các tệp dữ liệu hiện nay được cung cấp theo định dạng mới, chưa hoàn toàn tương thích với Gravsoft. Ở Việt Nam, các nghiên cứu về tính toán độ cao geoid từ mô hình thế trọng trường Trái đất còn tương đối hạn chế. Hai nghiên cứu tiêu biểu là [3] và [4]. Các nghiên cứu này đã xây dựng chương trình "Geomat2015" cho phép tính toán độ cao geoid từ mô hình toàn cầu. Kết quả tính toán với mô hình EGM2008 khi so sánh với kết quả tính trực tiếp từ ICGEM cho thấy độ sai khác khoảng ±0,0015 m. Tuy nhiên, các chương trình này chỉ thực hiện tính toán tại mặt ellipsoid, chưa xét đến việc tính trực tiếp tại mặt địa hình.

Trong nghiên cứu này, nhóm tác giả hướng tới xây dựng một chương trình tính toán độc lập độ cao geoid trên mặt địa hình từ mô hình thế trọng trường Trái đất toàn cầu (GGM), với các nội dung chính là: (i) tìm hiểu cơ sở lý thuyết và thuật toán tính toán; (ii) xây dựng và đánh giá toàn diện độ chính xác của chương trình bằng cách so sánh với kết quả chuẩn từ ICGEM trên tập dữ liệu gồm 13.041 điểm phân bố trên toàn bộ lãnh thổ Việt Nam; và (iii) phân tích nguyên nhân gây sai lệch nhằm làm rõ giới hạn cũng như định hướng cải tiến của phương pháp.

2. Khu vực nghiên cứu và dữ liệu sử dụng

2.1. Cơ sở lý thuyết xác định độ cao Geoid

Trong trắc địa vật lý, sự sai khác giữa thế trọng trường thực và thế trọng trường chuẩn được đặc trưng bởi thế nhiễu [5]:

$$T = W - U \tag{1}$$

Theo công thức kinh điển Bruns [6], độ cao geoid N được xấp xỉ bậc nhất qua thế nhiễu:

$$N \approx \frac{T}{\gamma} \tag{2}$$

trong đó γ là trọng lực chuẩn tại điểm tương ứng trên ellipsoid. Tuy nhiên, công thức Bruns ở dạng đơn giản chỉ là xấp xỉ bậc nhất và chưa xét đầy đủ các hiệu ứng phi tuyến cũng như sự khác biệt hình học giữa các mặt thế..

Trong tài liệu [7], Barthelmes đã phát triển cách tiếp cận chặt chẽ dựa trên lý thuyết mặt thế và khai triển Taylor của thế chuẩn xung quanh ellipsoid tham chiếu. Khi xác định geoid từ mô hình GGM, thế nhiễu có tính liên tục tại bề mặt ellipsoid (r = a). Thay vào công thức Bruns, ta được độ cao geoid tại mặt ellipsoid:

$$N_1^c(\lambda,\phi) = \frac{T^c(0,\lambda,\phi)}{\gamma(0,\phi)} \tag{3}$$

trong đó: $T^c(0,\lambda,\phi)$ và $\gamma(0,\phi)$ lần lượt là thế nhiễu và trọng lực chuẩn tại mặt ellipsoid. Trọng lực chuẩn γ(0,φ) được tính theo công thức Somigliana [8]:

$$\gamma = \gamma_e \frac{1 + k\,sin^2\varphi}{\sqrt{1 - e^2\,sin^2\varphi}} \tag{4}$$

với e là tâm sai thứ nhất, φ vĩ độ của điểm tính và k là hằng số, $k = \frac{b\gamma_p}{a\gamma_e}$ (γ_p trọng lực tại cực; γ_e trọng lực tại xích đạo) của ellipsoid WGS84.

Trong thực tế, các điểm tính không nằm trên ellipsoid mà nằm trên bề mặt địa hình tương ứng với độ cao h(λ,φ). Barthelmes [7] đã khai triển thế nhiễu theo độ cao địa hình, chỉ giữ lại thành phần bậc một. Với giả thiết địa hình là lớp đồng nhất, thế trọng trường do khối lượng địa hình sinh ra xấp xỉ bởi:

$$T_{diahinh} \approx 2\pi G\rho h^2 \tag{5}$$

trong đó G là hằng số hấp dẫn và ρ là mật độ trung bình của khối lượng địa hình.

Từ cách tiếp cận trên, Barthelmes xây dựng công thức xác định độ cao geoid tại bề mặt địa hình thực [5, công thức (70)]:

$$N(\lambda,\phi) \approx \frac{T^c(0,\lambda,\phi) - 2\pi G\rho h^2}{\gamma(0,\phi)} \text{ hay}$$
$$N(\lambda,\phi) \approx N^c(\lambda,\phi) - \frac{2\pi G\rho h^2}{\gamma(0,\phi)} \quad (6)$$

Trong công thức (6): thành phần thứ nhất $N^c(\lambda,\varphi)$ là độ cao geoid tại mặt ellipsoid; thành phần thứ hai $2\pi G\rho h^2/\gamma$ là hiệu chỉnh địa hình bậc một, phản ánh ảnh hưởng của khối lượng địa hình giữa bề mặt ellipsoid và bề mặt thực của Trái Đất.

Hiệu chỉnh bậc không "0" (zero-degree term) được áp dụng khi hằng số hấp dẫn của mô hình (GM_{model}) khác với hằng số hấp dẫn của hệ quy chiếu (GM_{WGS84}) theo công thức [6], [7]:

$$\Delta N_0 = \frac{GM_{model} - GM_{WGS84}}{\gamma(0,\phi)r} \quad (7)$$

với r là bán kính địa tâm của điểm tính.

Cần lưu ý rằng hiệu chỉnh địa hình trong công thức Barthelmes chỉ mang tính xấp xỉ bậc một, không tương đương với các phương pháp xử lý địa hình chi tiết như mô hình địa hình phần dư (RTM) hay quy chiếu theo Helmert. Trong các mô hình GGM hiện đại, một phần ảnh hưởng của địa hình đã được phản ánh gián tiếp thông qua hệ số điều hòa cầu. Do đó, hiệu chỉnh trong công thức (6) chủ yếu nhằm đảm bảo tính nhất quán lý thuyết giữa thế nhiễu và vị trí thực của điểm tính.

2.2. Thế nhiễu từ mô hình XGM2019e_2159

XGM2019e_2159 là mô hình GGM kết hợp, được xây dựng từ dữ liệu vệ tinh (GRACE, GOCE) và trọng lực mặt đất, với bậc khai triển tối đa Nmax = 2.190 [9]. Thế nhiễu được biểu diễn bằng chuỗi điều hòa cầu [6]:

$$T(r,\theta,\lambda) = \frac{GM}{a}\sum_{n=2}^{N_{max}}\left(\frac{a}{r}\right)^{n+1}\sum_{m=0}^{n}\left(\bar{C}_{nm}\cos m\lambda + \bar{S}_{nm}\sin m\lambda\right)\bar{P}_{nm}(\cos\theta) \quad (8)$$

trong đó: GM là hằng số hấp dẫn địa tâm; a là bán trục lớn ellipsoid; r, θ, λ là tọa độ cầu của điểm tính; $\bar{C}_{nm}$, $\bar{S}_{nm}$ là hệ số điều hòa cầu chuẩn hóa đầy đủ của XGM2019e_2159; $\theta = 90° - \varphi$ là colatitude; $\bar{P}_{nm}(\cos\theta)$ là hàm Legendre chuẩn hóa đầy đủ.

Hàm Legendre chuẩn hóa đầy đủ $\bar{P}_{nm}(x)$ liên hệ với hàm Legendre liên kết thông thường $P_{nm}(x)$ qua [10]:

$$P_{nm}(x) = \sqrt{(2-\delta_{0m})\frac{(2n+1)(n-m)!}{(n+m)!}}\bar{P}_{nm}(x) \quad (9)$$

với $\delta_{0m} = 1$ nếu m = 0 và $\delta_{0m} = 0$ nếu m ≠ 0. Các giá trị cos(mλ) và sin(mλ) được tính theo công thức truy hồi [11]:

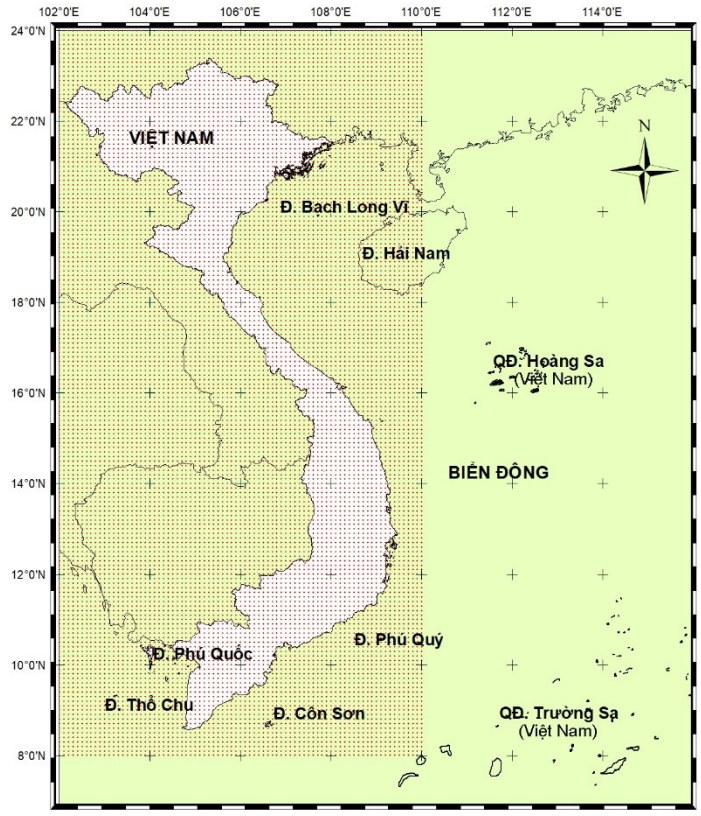
$$\begin{cases} cos(m\lambda) = cos\,\lambda\, cos\left[(m-1)\lambda\right] - sin\,\lambda\, sin\left[(m-1)\lambda\right] \\ sin(m\lambda) = cos\,\lambda\, sin\left[(m-1)\lambda\right] - sin\,\lambda\, cos\left[(m-1)\lambda\right] \end{cases} \quad (10)$$

với điều kiện đầu: cos(0,λ) = 1 và sin(0,λ) = 0.

2.3. Mô hình số độ cao ETOPO1

Mô hình số độ cao ETOPO1 [12] có độ phân giải 1′× 1′, cung cấp độ cao địa hình lục địa và độ sâu đáy biển trên phạm vi toàn cầu [13]. Trong nghiên cứu này, ETOPO1 được sử dụng để nội suy độ cao địa hình h tại các điểm tính, xác định thành phần hiệu chỉnh địa hình $2\pi G\rho h^2/\gamma$ trong công thức (6). Thuật toán nội suy song tuyến tính (bilinear interpolation) được áp dụng đồng nhất giữa chương trình và ICGEM.

2.4. Dữ liệu thực nghiệm



Hình 1. Khu vực và dữ liệu thực nghiệm

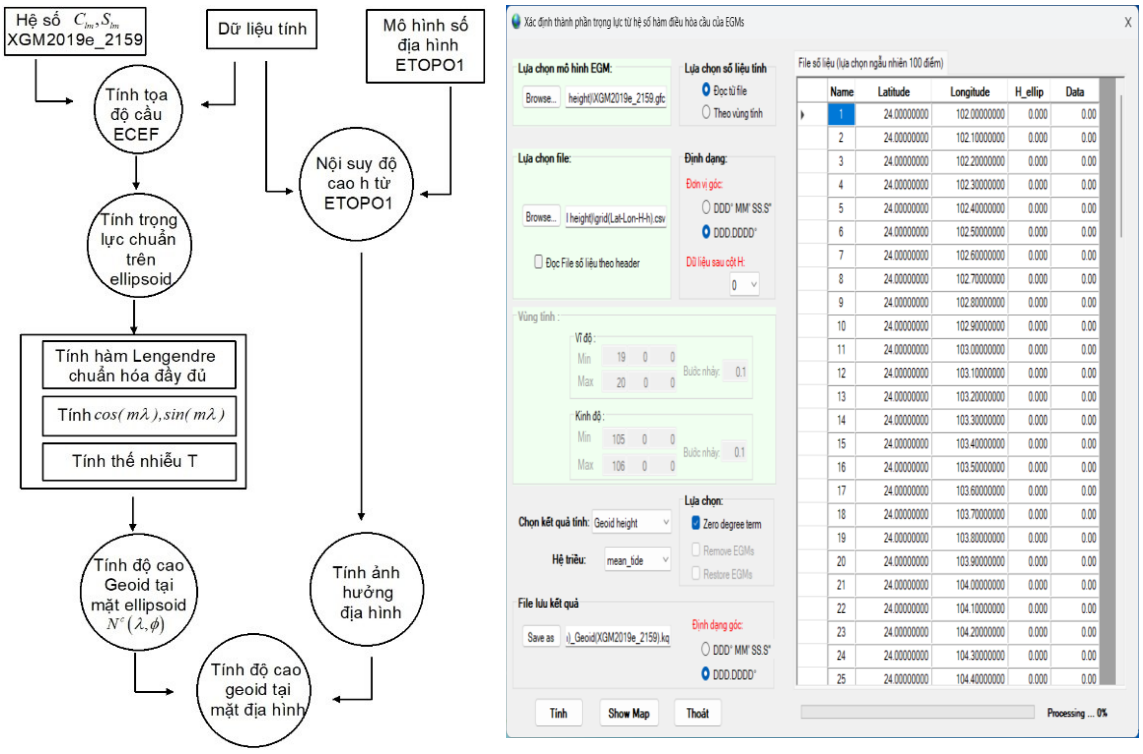
Dữ liệu thực nghiệm bao phủ toàn bộ lãnh thổ Việt Nam, gồm 13.041 điểm phân bố đều trên lưới 0,1° × 0,1° với phạm vi: vĩ độ 8° ÷ 24°N, kinh độ 102° ÷ 110°E (Hình 1). Tập dữ liệu bao gồm vùng địa hình bằng phẳng ven biển, vùng trung du và vùng núi cao lên đến 2.631 m (khu vực Tây Bắc), tạo điều kiện đánh giá toàn diện hiệu năng của chương trình theo dải độ cao địa hình rộng.

2.5. Xây dựng và đánh giá chương trình xác định độ cao geoid

Chương trình tính toán được xây dựng theo quy trình thể hiện trong Hình 2, gồm các bước: **(1)** đọc hệ số $\bar{C}_{nm}$, $\bar{S}_{nm}$ của XGM2019e_2159; **(2)** tính đa thức Legendre chuẩn hóa đầy đủ $\bar{P}_{nm}(\cos\theta)$ theo thuật toán truy hồi cột tiến (standard forward column recursion); **(3)** tính thế nhiễu T theo công thức (7); **(4)** tính trọng lực chuẩn γ theo công thức Somigliana; **(5)** nội suy h từ ETOPO1; **(6)** tính độ cao geoid theo công thức (6).

Để đánh giá chương trình, kết quả tính từ hệ thống ICGEM được sử dụng làm chuẩn tham chiếu. Cả hai nguồn kết quả đều được tính trong hệ triều trung bình (mean-tide) với hiệu chỉnh mức zero-term.

Độ chính xác được đánh giá qua các chỉ tiêu: sai lệch trung bình (μ), độ lệch chuẩn (σ), khoảng biến thiên (R = max − min), đồng thời phân tích phân bố xác suất của sai lệch theo vùng độ cao địa hình.



Hình 2. Quy trình và giao diện chương trình tính độ cao geoid từ XGM2019e_2159 và ETOPO1

3. Kết quả nghiên cứu và thảo luận

3.1. Kết quả tính độ cao geoid tại mặt ellipsoid

Độ cao geoid tại mặt ellipsoid cho các điểm thực nghiệm đã được tính toán. Trên Bảng 1 trình bày kết quả so sánh độ cao geoid tại mặt ellipsoid (thành phần N^c trong công thức (6)) giữa chương trình tính toán và kết quả từ ICGEM trên tập dữ liệu gồm 13.041 điểm. Kết quả so sánh cho thấy sai lệch trung bình nhỏ, chỉ 0,01 cm, độ lệch chuẩn 0,02 cm, với khoảng biến thiên từ −0,02 cm đến +0,04 cm. Những kết quả này khẳng định rằng thuật toán tổng hợp để tính thế nhiễu từ các hệ số hàm điều hòa cầu, cũng như việc tính trọng lực chuẩn, trong chương trình là chính xác; các sai lệch rất nhỏ chủ yếu xuất phát từ khác biệt trong xử lý số học và quá trình làm tròn.

Bảng 1. Đánh giá sai lệch độ cao geoid tại mặt ellipsoid (cm)

Đại lượng đánh giá	**Giá trị**
Sai lệch trung bình	0,01
Độ lệch chuẩn (σ)	0,02
Sai lệch lớn nhất	0,04
Sai lệch nhỏ nhất	-0,02

3.2. Nội suy độ cao địa hình từ ETOPO1

Độ cao địa hình được nội suy từ ETOPO1 bằng chương trình và so sánh với kết quả từ ICGEM. Kết quả nội suy hoàn toàn trùng khớp với giá trị do ICGEM cung cấp. Bảng 2 minh họa kết quả nội suy độ cao địa hình và Bảng 3 trình bày kết quả so sánh.

Bảng 2. Kết quả nội suy h từ ETOPO1(m)

STT	**Tọa độ điểm**		**h nội suy từ ETOPO1**		**Sai lệch (m)**
	Vĩ độ	Kinh độ	Chương trình	ICGEM	
1	24.0	102.0	1888	1888	0.000
2	24.0	102.1	1308	1308	0.000
3	24.0	102.2	1498	1498	0.000
4	24.0	102.3	1595	1595	0.000
5	24.0	102.4	2113	2113	0.000
.....					
13037	8.0	109.6	0	0	0.000
13038	8.0	109.7	0	0	0.000
13039	8.0	109.8	0	0	0.000
13040	8.0	109.9	0	0	0.000
13041	8.0	110.0	0	0	0.000

Bảng 3. Đánh giá sai lệch h nội suy từ ETOPO1 (cm)

Đại lượng đánh giá	**Giá trị**
Sai lệch trung bình	0,00
Độ lệch chuẩn (σ)	0,00
Sai lệch lớn nhất	0,00
Sai lệch nhỏ nhất	0,00

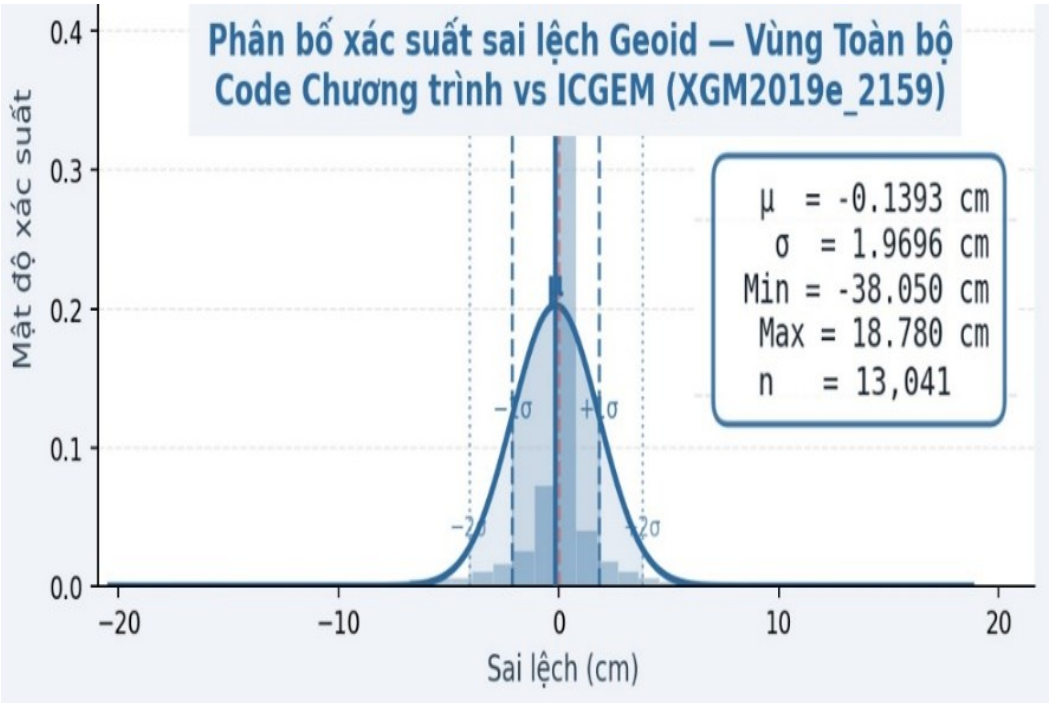
3.3. Kết quả tính độ cao geoid tại bề mặt địa hình

Kết hợp kết quả từ Mục 3.1 và 3.2, chương trình tính độ cao geoid tại bề mặt địa hình theo công thức (6). Trên Bảng 4 trình bày kết quả đánh giá tổng thể so với ICGEM.

Bảng 4. Đánh giá sai lệch độ cao geoid tại bề mặt địa hình (cm)

Đại lượng đánh giá	**Giá trị**
Sai lệch trung bình	-0,14
Độ lệch chuẩn (σ)	1,97
Sai lệch lớn nhất	18,78
Sai lệch nhỏ nhất	-38,05

Từ bảng 4, thấy rằng: sai lệch trung bình giữa hai kết quả là nhỏ -0,14 cm. Độ lệch chuẩn 1,97 cm. Sai lệch lớn nhất 18,78 cm, sai lệch nhỏ nhất -38,05 cm, khoảng biến thiên đến 56,83 cm. Kết quả tính toán của chương trình và của ICGEM cho thấy sự khác biệt đáng kể, với khoảng biến thiên đạt 56,83 cm. Phân bố xác suất sai lệch được thể hiện trong hình 3.



Hình 3. Phân bố xác suất sai lệch

3.4. Phân tích theo khoảng độ cao địa hình

Nhằm làm rõ bản chất của sai lệch, tập số liệu được phân chia thành bốn khoảng theo độ cao địa hình. Kết quả thống kê chi tiết được trình bày trong Bảng 5 và Hình 4.

Bảng 5. Thống kê sai lệch độ cao geoid theo khoảng độ cao địa hình

Khoảng độ cao	Số điểm	Tỉ lệ (%)	μ (cm)	σ (cm)	R (cm)
0 ÷ 500 m	6.200	47,5	0,09	0,52	11,22
500 ÷ 1.000 m	1.494	11,5	0,01	2,41	19,95
1.000 ÷ 1.500 m	777	6,0	−1,60	4,63	29,88
≥ 1.500 m	317	2,4	−3,95	7,30	56,83

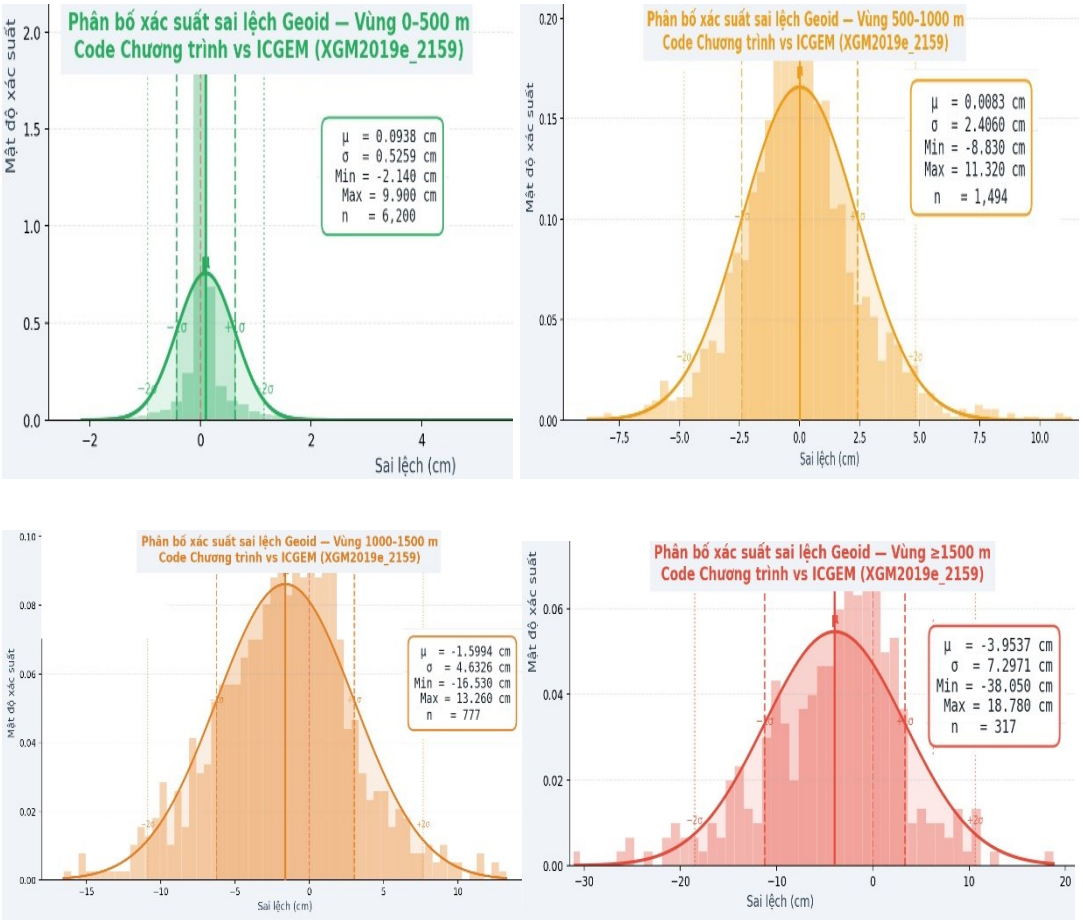
Kết quả Bảng 5 chỉ ra xu hướng rõ ràng: cả sai lệch trung bình và độ lệch chuẩn đều tăng dần theo độ cao địa hình. Cụ thể:

– Vùng 0 ÷ 500 m (6.200 điểm, 47,5%): sai lệch trung bình ≈ 0,09 cm, độ lệch chuẩn chỉ 0,52 cm – kết quả chênh lệch rất nhỏ, tương đương mức nhiễu số học.

– Vùng 500 ÷ 1.000 m (1.494 điểm, 11,5%): độ lệch chuẩn tăng lên 2,41 cm, sai lệch trung bình vẫn gần 0 nhưng xuất hiện phân tán lớn hơn.

– Vùng 1.000 ÷ 1.500 m (777 điểm, 6,0%): bắt đầu xuất hiện xu hướng lệch âm (μ = −1,60 cm), σ = 4,63 cm.

– Vùng ≥ 1.500 m (317 điểm, 2,4%): sai lệch lớn và lệch âm rõ rệt (μ = −3,95 cm), σ = 7,30 cm, khoảng biến thiên lên đến 56,83 cm.



Hình 4. Phân bố xác suất sai lệch theo vùng

3.5. Thảo luận

Kết quả kiểm chứng ở Mục 3.1 và 3.2 xác nhận rằng cả hai thành phần riêng lẻ của công thức (6) – tức là N^c tại mặt ellipsoid và h nội suy từ ETOPO1 – đều được chương trình tính đúng. Do đó, sai lệch tại Mục 3.3 và 3.4 không xuất phát từ lỗi thuật toán mà phản ánh sự khác biệt trong cách xử lý ảnh hưởng địa hình giữa chương trình và ICGEM.

Cụ thể, trong [7], độ cao địa hình được sử dụng trong hiệu chỉnh địa hình không nội suy trực tiếp từ mô hình ETOPO1 mà được tính từ khai triển điều hòa cầu của mô hình thế địa hình toàn cầu [5, công thức (115)]):

$$h(\lambda,\varphi) = R\sum_{l=0}^{l_{max}}\sum_{m=0}^{l} P_{lm}(\sin\varphi)\left(C_{lm}^{topo}\cos m\lambda + S_{lm}^{topo}\sin m\lambda\right)$$

trong đó C_{lm}^{topo}, S_{lm}^{topo} là hệ số điều hòa cầu của mô hình thế địa hình toàn cầu ETOPO1. Điều này có nghĩa là ICGEM đã sử dụng độ cao địa hình được làm mịn theo hàm thế dựa trên các hệ số điều hòa cầu, khác về bản chất so với độ cao nội suy song tuyến tính trực tiếp từ lưới ETOPO1 của chương trình. Chính sự khác biệt

trong giá trị h được đưa vào số hạng hiệu chỉnh $2\pi G\rho h^2/\gamma$ là nguyên nhân chính gây ra sai lệch tăng theo độ cao địa hình.

Do không tiếp cận được mô hình thế địa hình ETOPO1 từ ICGEM, để nâng cao độ chính xác của chương trình, việc tính hiệu chỉnh địa hình vẫn được thực hiện theo Công thức (6), trong khi độ cao địa hình được nội suy từ mô hình số độ cao (DEM) của Việt Nam. Hiện nay, Việt Nam đã xây dựng các mô hình số địa hình với độ phân giải cao, từ 90 m (3″) đến 30 m (1″). Vì vậy, thay vì sử dụng mô hình ETOPO1 (1′) để nội suy độ cao, chương trình sử dụng DEM của Việt Nam với độ phân giải 1″ trong tính toán.

4. Kết luận

Bài báo đã tìm hiểu lý thuyết và xây dựng thành công chương trình tính toán độ cao geoid từ GGM và mô hình địa hình. Thực nghiệm được thực hiện trên tập dữ liệu 13.041 điểm phủ lãnh thổ Việt Nam. Kết quả tính độ cao geoid tại mặt ellipsoid đạt sai lệch trung bình 0,01 cm và độ lệch chuẩn ±0,02 cm khi so sánh với kết quả tính từ ICGEM. Khi xác định độ cao geoid tại bề mặt địa hình, sai lệch trung bình là −0,14 cm, độ lệch chuẩn là 1,97 cm và có xu hướng tăng theo độ cao địa hình. Nguyên nhân được xác định là sự khác biệt trong cách biểu diễn độ cao địa hình trong số hạng hiệu chỉnh. Kết quả nghiên cứu khẳng định độ tin cậy của chương trình và mở ra hướng cải tiến cụ thể nhằm nâng cao độ chính xác ở vùng địa hình phức tạp.

Chương trình có giao diện thân thiện, cho phép tính toán không giới hạn số lượng điểm và không phụ thuộc vào kết nối Internet, đảm bảo tính bảo mật số liệu. Trong tương lai, chương trình có thể được nâng cao độ chính xác nếu đưa mô hình địa hình chính xác của Việt Nam vào tính toán.

Cam kết của các tác giả

Tất cả các tác giả có tên trong bài báo cam kết sự đồng thuận và không có xung đột lợi ích trong công bố khoa học tại bài báo này.

Tài liệu tham khảo

[1] ICGEM *ICGEM, Global Gravity Field Models*, tại trang web http://icgem.gfz-potsdam.de/tom_longtime.

[2] Forsberg R. và Tscherning C.C. (2008), "An overview manual for the GRAVSOFT geodetic gravity field modelling programs", *Contract report for JUPEM*.

[3] Nguyễn Văn Sáng và Phạm Văn Tuyên (2016), "Xác định độ cao geoid và dị thường trọng lực từ các hệ số hàm điều hòa cầu", *Tạp chí KHKT Mỏ - Địa Chất*. 53, pp. 58-62.

[4] Nguyễn Văn Sáng và Phạm Văn Tuyên (2017), "Xác định thế trọng trường thực từ các hệ số hàm điều hòa cầu của mô hình thế trọng trường toàn cầu".

[5] Phạm Hoàng Lân (2013), *Giáo trình Trắc địa lý thuyết*, Nhà xuất bản Khoa học và Kỹ thuật, Hà Nội, pp.239.

[6] Hofmann-Wellenhof B. và Moritz H. (2006), *Physical Geodesy*, Second edition, ed, Springer Wien New York, Austria, pp.413. doi: https://doi.org/10.1007/978-3-211-33545-1

[7] Barthelmes F. (2009), "Definition of functionals of the geopotential and their calculation from spherical harmonic models: theory and formulas used by the calculation service of the International Centre for Global Earth Models (ICGEM). doi: https://doi.org/10.2312/GFZ.b103-0902-26.

[8] United States. Defense Mapping Agency (1987), *Department of Defense World Geodetic System 1984: its definition and relationships with local geodetic systems*, vol 8350, Defense Mapping Agency.

[9] P Zingerle, R Pail, T Gruber và X Oikonomidou (2020), "The combined global gravity field model XGM2019e″, *Journal of geodesy*. 94(7), pp. 66. doi: https://doi.org/10.1007/s00190-020-01398-0.

[10] Weikko A Heiskanen và Helmut Moritz (1967), "Physical Geodesy, 1967″, *W. H_ Freeman and Company, San Francisco and London*.

[11] Heiskanen W. A. và Moritz H. (1967), *Physical Geodesy*, San Francisco.

[12] Christopher Amante và Barry W Eakins (2009), "ETOPO1 arc-minute global relief model: procedures, data sources and analysis″. doi: https://doi.org/10.7289/V5C8276M.

[13] NOAA *NOAA, National Oceanic and Atmospheric Administration*, tại trang web https://www.ncei.noaa.gov/products/etopo-global-relief-model.

Article © 2026 by **Magazine of Geodesy - Cartography** is licensed under CC BY 4.0