



НАУЧНАЯ АРТЕЛЬ
АКАДЕМИЧЕСКОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО



ISSN (p) 2712-9489

ISSN (e) 2542-1026

№ 7/2025

НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ
«COGNITIO RERUM»

Москва
2025

НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ «COGNITIO RERUM»

Учредитель:
Общество с ограниченной ответственностью «Издательство
«Научная артель»

ISSN (p) 2412-9489

ISSN (e) 2542-1026

Периодичность: 1 раз в месяц

Журнал размещается в Научной электронной библиотеке
elibrary.ru по договору №511-08/2015 от 06.08.2015

Журнал размещен в международном каталоге
периодических изданий Ulrich's Periodicals Directory.

Верстка: Мартиросян О.В.
Редактор/корректор: Мартиросян Г.В.

Учредитель, издатель и редакция
научного журнала «COGNITIO RERUM»
Академическое издательство «Научная артель»:

+7 (495) 514 80 82
<https://sciartel.ru>
info@sciartel.ru
450057, ул. Салавата 15

Подписано в печать 15.07.2025 г.

Формат 60х90/8

Усл. печ. л. 9.2

Тираж 500.

Отпечатано
в редакционно-издательском отделе академического издательства
«Научная артель»
<https://sciartel.ru>
info@sciartel.ru
+7 (495) 514 80 82

Цена свободная. Распространяется по подписке.

Все статьи проходят экспертную проверку. Точка зрения редакции не
всегда совпадает с точкой зрения авторов публикуемых статей.

Авторы статей несут полную ответственность за содержание статей и за
сам факт их публикации. Редакция не несет ответственности перед
авторами и/или третьими лицами за возможный ущерб, вызванный
публикацией статьи.

При использовании и заимствовании материалов, опубликованных в
научном журнале, ссылка на журнал обязательна

Главный редактор:

Сукиасян Асатур Альбертович, к.э.н.

Редакционный совет:

Абидова Гулмира Шухратовна, д.т.н.

Авазов Сардоржон Эркин угли, д.с.-х.н.

Агафонов Юрий Алексеевич, д.м.н.

Алейникова Елена Владимировна, д.гос.упр.

Алиев Закир Гусейн оглы, д.фил.агр.н.

Ашрапов Баходурджон Пулотович, к.фил.н.

Бабаян Анжела Владиславовна, д.пед.н.

Баишева Зия Вагизовна, д.фил.н.

Булатова Айсылу Ильдаровна, к.соц.н.

Бурак Леонид Чеславович, к.т.н., PhD

Ванесян Ашот Саркисович, д.м.н.

Васильев Федор Петрович, д.ю.н., член РАЮН

Вельчинская Елена Васильевна, д.фарм.н.

Виневская Анна Вячеславовна, к.пед.н.

Габрусь Андрей Александрович, к.э.н.

Галимова Гузалия Абкадировна, к.э.н.

Гетманская Елена Валентиновна, д.пед.н.

Гимранова Гузель Хамидулловна, к.э.н.

Григорьев Михаил Федосеевич, к.с.-х.н.

Грузинская Екатерина Игоревна, к.ю.н.

Гулиев Игбал Адилевич, к.э.н.

Датий Алексей Васильевич, д.м.н.

Долгов Дмитрий Иванович, к.э.н.

Дусматов Абдурахим Дусматович, к.т.н.

Ежкова Нина Сергеевна, д.пед.н.

Екшикеев Тагер Кадырович, к.э.н.

Епхияева Марина Константиновна, к.пед.н., проф. РАЕ

Ефременко Евгений Сергеевич, к.м.н.

Закиров Мунавир Закиевич, к.т.н.

Зарипов Хусан Баходирович, PhD

Иванова Нионила Ивановна, д.с.-х.н.

Калужина Светлана Анатольевна, д.х.н.

Канарейкин Александр Иванович, к.т.н.

Касимова Дилара Фаритовна, к.э.н.

Кириасян Сусана Арсеновна, к.ю.н.

Киркимбаева Жумагуль Слямбековна, д.вет.н.

Кленина Елена Анатольевна, к.филос.н.

Клещина Марина Геннадьевна, к.э.н.,

Козлов Юрий Павлович, д.б.н., заслуженный эколог РФ

Кондрашихин Андрей Борисович, д.э.н.

Конопацкова Ольга Михайловна, д.м.н.

Куликова Татьяна Ивановна, к.псих.н.

Курбанаева Лилия Хамматовна, к.э.н.

Курманова Лилия Рашидовна, д.э.н.

Ларионов Максим Викторович, д.б.н.

Малышкина Елена Владимировна, к.и.н.

Маркова Надежда Григорьевна, д.пед.н.

Мещерякова Алла Брониславовна, к.э.н.

Мухаммадеева Зинфира Фанисовна, к.соц.н.

Мухамедова Гулчехра Рихсибаевна, к.пед.н.

Набиев Тухтамурод Сахобович, д.т.н.

Песков Аркадий Евгеньевич, к.полит.н.

Половения Сергей Иванович, к.т.н.

Пономарева Лариса Николаевна, к.э.н.

Почивалов Александр Владимирович, д.м.н.

Прошин Иван Александрович, д.т.н.

Саттарова Рано Кадыровна, к.биол.н.

Сафина Зия Забировна, к.э.н.

Симонович Николай Евгеньевич, д.псих.н., академик РАЕН

Сирик Марина Сергеевна, к.ю.н.

Смирнов Павел Геннадьевич, к.пед.н.

Старцев Андрей Васильевич, д.т.н.

Танаева Замфира Рафисовна, д.пед.н.

Терзиев Венелин Кръстев, д.э.н., член РАЕ

Умаров Бехзод Тургунпулатович, д.т.н.

Хайров Расим Золимхон угли, к.пед.н.

Хамзаев Иномжон Хамзаевич, к.т.н.

Хасанов Сайдинаби Сайдвалиевич, д.с.-х.н.

Чернышев Андрей Валентинович, д.э.н.

Чиладзе Георгий Бидзинович, д.э.н., д.ю.н., член РАЕ

Шилкина Елена Леонидовна, д.соц.н.

Шкирмонтов Александр Прокопьевич, д.т.н., член-РАЕ

Шляхов Станислав Михайлович, д.физ.-мат.н.

Шошин Сергей Владимирович, к.ю.н.

Юсупов Рахимьян Галимьянович, д.и.н.

Яковишина Татьяна Федоровна, д.т.н.

Янгиров Азат Вазирович, д.э.н.

Яруллин Рауль Рафаэлович, д.э.н., член РАЕ

СОДЕРЖАНИЕ

ФИЗИКА

- Львов О.С.** 6
ЗАМЕЧАНИЯ К СТАТЬЕ “ТЕНЗОР ЭНЕРГИИ-ИМПУЛЬСА И УРАВНЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ В ОДНОРОДНОЙ СРЕДЕ”
- Пономарев Д.В.** 8
ВЗАИМОСВЯЗЬ ГРАВИТАЦИОННОЙ ПОСТОЯННОЙ И СКОРОСТИ СВЕТА

ХИМИЯ

- Akmadov N., Agageldiyeva J.** 15
THE ROLE OF AGRICULTURAL TECHNOLOGY IN EDUCATION
- Charyberdiyev K., Yoldashov G., Hojamberdiyev H.** 16
VETERINARY AND SANITARY EXPERTISE: SCIENTIFIC FOUNDATIONS FOR HEALTH, SAFETY, AND ENVIRONMENTAL CONTROL
- Ovezgeldiyeva E., Yoldashov G., Rejepov T.** 19
THE ROLE OF AGRICULTURAL EDUCATION IN SUSTAINABLE DEVELOPMENT: GLOBAL PERSPECTIVES

ТЕХНИКА И ТЕХНОЛОГИЯ

- Азиев Я.Г., Мамедов Ф.И.** 22
ВЛИЯНИЕ ЦИФРОВЫХ ПЛАТФОРМ НА ОПТИМИЗАЦИЮ МАРШРУТОВ, ПРЕДОТВРАЩЕНИЕ ПРОБОК И СНИЖЕНИЕ ВЫБРОСОВ
- Bui Thi Thuy** 25
CALCULATING LINEAR VIBRATIONAL DIFFERENTIAL EQUATION OF CAR WITH FRACTIONAL DAMPING
- Tran Thi Tram** 29
CALCULATION OF CRANE ROBOT KINEMATICS

СЕЛЬСКОЕ ХОЗЯЙСТВО

- Seydiyeva J. Garyagdyev M.** 35
WORLD EXPERIENCE IN FEEDING RACEHORSES: A MODERN PERSPECTIVE ON OPTIMIZING PERFORMANCE AND HEALTH

ФИЛОЛОГИЯ

- Mammedov M., Atykova O.** 38
SUCCESSFULLY FOREIGN LANGUAGES LEARNING
- Matmuradova L., Kurbanova A.** 39
LEARNING ENGLISH - A TRANSFORMATIVE JOURNEY THAT BROADENS HORIZONS, BUILDS CONFIDENCE
- Myratdurdyev N., Bayramgeldiyev V., Akmadov N.** 41
LEARNING WORLD LANGUAGES IN THE CONTEXT OF BIOLOGICAL SCIENCES

Bui Thi Thuy

Hanoi University of Mining and Geology, Vietnam

CALCULATING LINEAR VIBRATIONAL DIFFERENTIAL EQUATION OF CAR WITH FRACTIONAL DAMPING

Abstract

Based on the theory of fractional derivative, Newton's second law of motion and some transformation, the present study aims to establish linear vibrational differential equation of car with fractional damping. Using the Liouville-Rieman's definition of fractional derivatives, a numerical algorithm is developed on base of the well-known Newmark integration method to calculate dynamic response of fractional order systems. Then, we apply this method to calculate linear vibrations of car containing fractional derivatives.

Keywords:

vibration, nonlinear, car, fractional order, damping

1. Introduction

In recent years Fractional Calculus has been a fruitful field of research in science and engineering [1–5]. In fact, many scientific areas are currently paying attention to the Fractional Calculus concepts and we can refer its adoption in viscoelasticity and damping, diffusion and wave propagation, electromagnetism, chaos and fractals, heat transfer, biology, electronics, signal processing, robotics, system identification, traffic systems, genetic algorithms, percolation, modeling and identification, telecommunications, chemistry, irreversibility, physics, control systems as well as economy, and finance...

Cars are a means of transport that play a very important role in the national economy and are currently widely used in all fields of economy and life. Car vibrations not only affect people (drivers and passengers), transported goods, durability, and safety of movement of cars, but also affect the life of the road. One of the important tasks of car's vibration research is to establish and solve differential equations to determine vibration parameters.

2. Establishing linear vibrational differential equation of car with fractional damping

Let x and u be the displacements of the object and the wheel. It is assumed that the stiffness of the shaft lining can be represented by a spring equivalent to stiffness k with the displacement denoted by z .

We have Newton's second law of motion

$$m\ddot{x} = -R(t), \quad (1)$$

Where m is the mass of the object, $x(t)$ is the displacement, and $R(t)$ is the internal force generated inside the viscoelastic object.

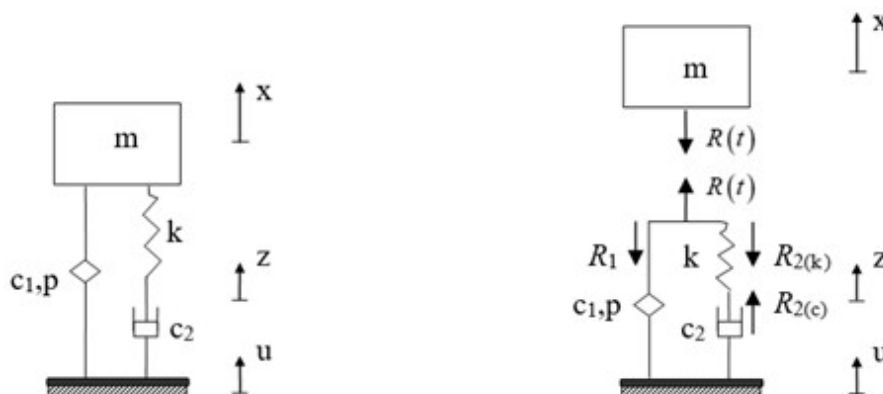


Figure 1 – Fractional derivative model

Figure – Force analysis

The force value $R(t)$ is equal to the total value of the force R_1 acting on the damping c_1 and the force R_2 acting on spring k_2 or damping c_2

$$R(t) = R_1 + R_2, \quad (2)$$

$$R_2 = R_{2(k)} = R_{2(c)}, \quad (3)$$

Where

$$R_1 = c_1 D_t^p (x - u), \quad R_{2(k)} = k(x - z), \quad R_{2(c)} = c_2 (\dot{z} - \dot{u}), \quad (4)$$

$$\Rightarrow R(t) = c_1 D_t^p (x - u) + k(x - z), \quad (5)$$

$$\text{From equations (3) and (4) we have} \quad k(x - z) = c_2 (\dot{z} - \dot{u}) \quad (6)$$

We have the differential equation of vibration from equation (1), (5) and (6)

$$\ddot{x} + \frac{k}{c_2} \dot{x} + \frac{c_1}{m} D_t^{p+1} x + \frac{k}{m} \dot{x} + \frac{kc_1}{mc_2} D_t^p x = \frac{c_1}{m} D_t^{p+1} u + \frac{k}{m} \dot{u} + \frac{kc_1}{mc_2} D_t^p u. \quad (7)$$

3. Using the Newmark method to calculate linear vibration of car involving fractional operators

We have the vibration differential equation of car

$$\ddot{x} + \frac{k}{c_2} \dot{x} + \frac{c_1}{m} D_t^{p+1} x + \frac{k}{m} \dot{x} + \frac{kc_1}{mc_2} D_t^p x = \frac{c_1}{m} D_t^{p+1} u + \frac{k}{m} \dot{u} + \frac{kc_1}{mc_2} D_t^p u, \quad (0 < p < 1). \quad (8)$$

We denote $\frac{k}{c_2} = a$, $\frac{c_1}{m} = b$, $\frac{k}{m} = c \rightarrow \frac{kc_1}{mc_2} = ab$, the differential equation of vibration (8) has following

form

$$\ddot{x} + a\dot{x} + bD_t^{p+1} x + c\dot{x} + abD_t^p x = bD_t^{p+1} u + c\dot{u} + abD_t^p u \quad (9)$$

Using the Newmark method to solve the above differential equation.

We apply the composition rule to $D^p x(t)$ [3, 4, 5], that is

$$D^p x(t) = D[D^{-v} x(t)] = \frac{1}{\Gamma(v)} \frac{d}{dt} \int_0^t \frac{x(\tau)}{(t-\tau)^{1-v}} d\tau = \frac{x(0)}{\Gamma(v)} t^{v-1} + D^{-v} \dot{x}(t), \quad (10)$$

$$v = 1 - p, \quad 0 < v < 1.$$

The numerical algorithm to calculate the fractional derivative at $t = t_n$ of Eq. (10) is

$$D^p x(t_n) = \frac{1}{\Gamma(1-p)} \frac{x(0)}{t_n^p} + \frac{1}{\Gamma(1-p)} \left[\int_0^{t_{n-1}} \frac{\dot{x}(\tau)}{(t_n - \tau)^p} d\tau + \int_{t_{n-1}}^{t_n} \frac{\dot{x}(\tau)}{(t_n - \tau)^p} d\tau \right], \quad (11)$$

We denote

$$I_0 = \frac{x(0)}{t_n^p}, \quad I_{n-1} = \int_0^{t_{n-1}} \frac{\dot{x}(\tau)}{(t_n - \tau)^p} d\tau, \quad \Delta I_n = \int_{t_{n-1}}^{t_n} \frac{\dot{x}(\tau)}{(t_n - \tau)^p} d\tau \quad (12)$$

By substituting relationships (12) into (11) we become the following equation

$$D^p x(t_n) = \frac{1}{\Gamma(1-p)} (I_0 + I_{n-1} + \Delta I_n) \quad (13)$$

We approximate the ordinary definite integral I_{n-1} by trapezoid numerical integration as

$$I_{n-1} \approx \frac{h}{2} \left[\frac{\dot{x}_0}{t_n^p} + \frac{\dot{x}_{n-1}}{h^p} + 2 \sum_{i=1}^{n-2} \frac{\dot{x}(ih)}{(t_n - ih)^p} \right], \quad h = t_n - t_{n-1}, \quad n \geq 2. \quad (14)$$

Now we note the integrals ΔI_n of equation (12). We must define $\ddot{x}(\tau)$ under integral sign to calculate that integral. With $t_{n-1} \leq \tau \leq t_n$, we use the Taylor expansion and omit high order terms because the interval $\tau - t_{n-1}$ could be taken very small.

$$\begin{aligned} \Delta I_n &= \int_{t_{n-1}}^{t_n} \frac{\dot{x}_{n-1}}{(t_n - \tau)^p} d\tau + \int_{t_{n-1}}^{t_n} \frac{\dot{x}_n - \dot{x}_{n-1}}{h} \cdot \frac{\tau - t_{n-1}}{(t_n - \tau)^p} d\tau \\ &= \frac{h^{1-p}}{1-p} \dot{x}_{n-1} + \frac{h^{1-p}}{(1-p)(2-p)} (\dot{x}_n - \dot{x}_{n-1}). \end{aligned} \quad (15)$$

We have the Newmark approximation of $\ddot{x}_n, \dot{x}_n, \ddot{x}_{n-1}$ as follows

$$\dot{x}_n = \frac{\gamma}{\beta h} (x_n - x_{n-1}) + \left(1 - \frac{\gamma}{\beta}\right) \dot{x}_{n-1} + \left(1 - \frac{\gamma}{2\beta}\right) h \ddot{x}_{n-1} + \left(\frac{1}{2} - \frac{\gamma}{6\beta}\right) h^2 \ddot{\ddot{x}}_{n-1}, \quad (16)$$

$$\ddot{x}_n = \frac{\alpha}{\beta h^2} (x_n - x_{n-1}) - \frac{\alpha}{\beta h} \dot{x}_{n-1} + \left(1 - \frac{\alpha}{2\beta}\right) \ddot{x}_{n-1} + \left(1 - \frac{\alpha}{6\beta}\right) h \ddot{\ddot{x}}_{n-1}, \quad (17)$$

$$\ddot{\ddot{x}}_n = \frac{1}{\beta h^3} (x_n - x_{n-1}) - \frac{1}{\beta h^2} \dot{x}_{n-1} - \frac{1}{2\beta h} \ddot{x}_{n-1} - \left(\frac{1}{6\beta} - 1\right) \ddot{\ddot{x}}_{n-1}, \quad (18)$$

From equation (15) and (16), we yield

$$\begin{aligned} \Delta I_n &= \frac{h^{1-p}}{(1-p)(2-p)} \left[\frac{\gamma}{\beta h} (x_n - x_{n-1}) + \left(2 - p - \frac{\gamma}{\beta}\right) \dot{x}_{n-1} \right. \\ &\quad \left. + \left(1 - \frac{\gamma}{2\beta}\right) h \ddot{x}_{n-1} + \left(\frac{1}{2} - \frac{\gamma}{6\beta}\right) h^2 \ddot{\ddot{x}}_{n-1} \right] \end{aligned} \quad (19)$$

We also apply for $D^{p+1}x(t)$ at $t = t_n$

$$D^{p+1}x(t_n) = \frac{1}{\Gamma(1-p)} [\bar{I}_0 + \bar{I}_{n-1} + \Delta \bar{I}_n]. \quad (20)$$

Where

$$\bar{I}_0 = -p \frac{x(0)}{t_n^{p+1}} + \frac{\dot{x}(0)}{t_n^p}, \quad (21)$$

$$\bar{I}_{n-1} = \int_0^{t_{n-1}} \frac{\ddot{x}(\tau)}{(t_n - \tau)^p} d\tau \approx \frac{h}{2} \left[\frac{\ddot{x}_0}{t_n^p} + \frac{\ddot{x}_{n-1}}{h^p} + 2 \sum_{i=1}^{n-2} \frac{\ddot{x}(ih)}{(t_n - ih)^p} \right], \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \Delta \bar{I}_n &= \int_{t_{n-1}}^{t_n} \frac{\ddot{x}(\tau)}{(t_n - \tau)^p} d\tau = \frac{h^{1-p}}{(1-p)(2-p)} \left[\frac{\alpha}{\beta h^2} (x_n - x_{n-1}) - \frac{\alpha}{\beta h} \dot{x}_{n-1} \right. \\ &\quad \left. + \left(2 - p - \frac{\alpha}{2\beta}\right) \ddot{x}_{n-1} + \left(1 - \frac{\alpha}{6\beta}\right) h \ddot{\ddot{x}}_{n-1} \right] \end{aligned} \quad (23)$$

Suppose the road surface excitation u is represented by a harmonic function $u = U \sin(\omega t + \varphi)$ (24)

With U, ω, φ are constants. We have

$$\dot{u} = U \omega \cos(\omega t + \varphi), \quad (25)$$

$$D^p u = U \omega^p \sin\left(\omega t + \varphi + p \frac{\pi}{2}\right), \quad (26)$$

$$D^{p+1}u = D[D^p u] = U\omega^{p+1} \cos\left(\omega t + \varphi + p\frac{\pi}{2}\right), \quad (27)$$

Substituting equation (13), (17), (18) and (20) into (9) at $t = t_n$ we obtain

$$\begin{aligned} \ddot{x}_n + a\ddot{x}_n + \frac{b}{\Gamma(1-p)}\Delta\bar{I}_n + c\dot{x}_n + \frac{ab}{\Gamma(1-p)}\Delta I_n \\ = bD^{p+1}u_n + c\dot{u}_n + abD^p u_n - \frac{b}{\Gamma(1-p)}[\bar{I}_0 + \bar{I}_{n-1}] - \frac{ab}{\Gamma(1-p)}[I_0 + I_{n-1}], \end{aligned} \quad (28)$$

Substituting equations (16 - 18) and (25 - 27) into (28) we have

$$\begin{aligned} \left[\frac{1}{\beta h^3} + a\frac{\alpha}{\beta h^2} + b\frac{h^{1-p}}{\Gamma(3-p)}\frac{\alpha}{\beta} + c\frac{\gamma}{\beta h} + ab\frac{h^{-p}}{\Gamma(3-p)}\frac{\gamma}{\beta} \right] x_n \\ = bU\omega^{p+1} \cos\left(\omega t_n + \varphi + p\frac{\pi}{2}\right) + cU\omega \cos(\omega t_n + \varphi) + abU\omega^p \sin\left(\omega t_n + \varphi + p\frac{\pi}{2}\right) \\ - \frac{b}{\Gamma(1-p)}[\bar{I}_0 + \bar{I}_{n-1}] - \frac{ab}{\Gamma(1-p)}[I_0 + I_{n-1}] \\ + \left[\frac{1}{\beta h^3}x_{n-1} + \frac{1}{\beta h^2}\dot{x}_{n-1} + \frac{1}{2\beta h}\ddot{x}_{n-1} + \left(\frac{1}{6\beta} - 1\right)\ddot{x}_{n-1} \right] \\ + a\left[\frac{\alpha}{\beta h^2}x_{n-1} + \frac{\alpha}{\beta h}\dot{x}_{n-1} + \left(\frac{\alpha}{2\beta} - 1\right)\ddot{x}_{n-1} + \left(\frac{\alpha}{6\beta} - 1\right)h\ddot{x}_{n-1} \right] \\ + b\frac{h^{1-p}}{\Gamma(3-p)}\left[\frac{\alpha}{\beta h^2}x_{n-1} + \frac{\alpha}{\beta h}\dot{x}_{n-1} + \left(p - 2 + \frac{\alpha}{2\beta}\right)\ddot{x}_{n-1} + \left(\frac{\alpha}{6\beta} - 1\right)h\ddot{x}_{n-1} \right] \\ + c\left[\frac{\gamma}{\beta h}x_{n-1} + \left(\frac{\gamma}{\beta} - 1\right)\dot{x}_{n-1} + \left(\frac{\gamma}{2\beta} - 1\right)h\ddot{x}_{n-1} + \left(\frac{\gamma}{6\beta} - \frac{1}{2}\right)h^2\ddot{x}_{n-1} \right] \\ + ab\frac{h^{1-p}}{\Gamma(3-p)}\left[\frac{\gamma}{\beta h}x_{n-1} + \left(p - 2 + \frac{\gamma}{\beta}\right)\dot{x}_{n-1} + \left(\frac{\gamma}{2\beta} - 1\right)h\ddot{x}_{n-1} + \left(\frac{\gamma}{6\beta} - \frac{1}{2}\right)h^2\ddot{x}_{n-1} \right] \end{aligned} \quad (29)$$

We finally obtain numerical solution x_n of the differential equation of motion (8) through the values of x_{n-1} , $\dot{x}_{n-1}$, $\ddot{x}_{n-1}$, $\ddot{x}_{n-1}$ where $\dot{x}_{n-1}$, $\ddot{x}_{n-1}$ and $\ddot{x}_{n-1}$ are calculated as follows

$$\begin{cases} \ddot{x}_n = \frac{1}{\beta h^3}(x_n - x_{n-1}) - \frac{1}{\beta h^2}\dot{x}_{n-1} - \frac{1}{2\beta h}\ddot{x}_{n-1} - \left(\frac{1}{6\beta} - 1\right)\ddot{x}_{n-1}, \\ \ddot{x}_n = \ddot{x}_{n-1} + (1 - \alpha)h\ddot{x}_{n-1} + \alpha h\ddot{x}_n, \\ \dot{x}_n = \dot{x}_{n-1} + h\ddot{x}_{n-1} + \left(\frac{1}{2} - \gamma\right)h^2\ddot{x}_{n-1} + \gamma h^2\ddot{x}_n. \end{cases} \quad (30)$$

We suppose that initial conditions to above formulas $x(0)$, $\dot{x}(0)$ and $\ddot{x}(0)$ are given.

3. Conclusions

The linear vibrational differential equation takes the form of a third-order differential equation in the case of integer damping. The linear vibrational differential equation contains the third-order and fractional order derivatives in the case of fractional damping.

In this paper, the approximation formulas for the third order dynamic systems are developed which based on idea of the Newmark integration method. Then, using the Liouville-Rieman's definition of fractional derivatives and the Newmark integration scheme, we find solutions of established differential equations in subsequent studies. It is possible to survey the vibrations of car, contributing to setting directions and measures to improve the quality of produced cars.